# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 17 MARS 1947.

PRÉSIDENCE DE M. Louis BLARINGHEM.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. **Henri Vallée**, Correspondant pour la Section d'Économie rurale, survenu à Dijon, le 12 mars 1947.

### ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'illusion des définitions numériques.* Note de M. **Émile Borel**.

La publication de mon Ouvrage sur *Les paradoxes de l'infini* m'a conduit à réfléchir à nouveau sur certaines des questions qui y sont abordées et à modifier ma manière de voir sur les définitions finies. Lorsque le fini devient très grand, il soulève les mêmes difficultés que l'infini.

Tout texte imprimé en langue française peut être regardé comme un nombre entier écrit dans un certain système de numération; il suffit de considérer comme des chiffres les lettres et les divers signes utilisés couramment par les imprimeurs. Inversement, à tout nombre entier bien défini, on peut faire correspondre un assemblage de caractères d'imprimerie qui n'aura généralement aucun sens.

Toute connaissance humaine peut être exposée dans un texte imprimé en français; et la connaissance *effective* de tous les nombres entiers comportant dans le système décimal, moins de 1000 milliards de chiffres, équivaudrait à la connaissance complète de chacun des livres (pouvant comporter quelques milliers de pages) qui ont été écrits ou qui pourront être écrits en langue française. C'est dire qu'il est absurde de supposer que tous ces nombres puissent nous être connus, au point de vue mathématique, c'est-à-dire que nous connaissions une propriété de chacun d'eux.

Il est cependant possible, de bien des manières, de définir avec précision des entiers bien plus grands encore. On peut, par exemple, les écrire sous la forme du produit de quelques nombres premiers dont chacun a un exposant d'une douzaine de chiffres; on peut aussi considérer le nombre premier dont le rang est un nombre précédemment défini, ou bien consi-

dérer l'entier dont les chiffres sont les chiffres décimaux successifs d'un nombre tel que $\pi$, jusqu'à un rang fini déterminé. Mais je voudrais insister sur le fait que de telles définitions, que l'on pourrait varier indéfiniment, sont illusoires en ce sens qu'elles ne permettent de connaître réellement qu'un nombre infime des chiffres du nombre que l'on prétend définir et qu'elles ne permettent pas d'en connaître une propriété mathématique autre que sa définition.

On est ainsi amené à établir une distinction essentielle entre les définitions logiques et les définitions d'approximation arithmétique ou définitions numériques. Un nombre (entier, rationnel, ou irrationnel) est logiquement défini lorsque, au moyen d'un petit nombre de mots, on a fait connaître quelques propriétés essentielles qui le distinguent sans ambiguïté possible. Tel est le cas pour un entier dont on connaît les facteurs premiers, pour $\sqrt{2}$, pour $\pi$, etc.

Les définitions logiques permettent, en général, de calculer un certain nombre de chiffres qui font connaître approximativement le nombre considéré. Ces chiffres peuvent se rapporter à tel système de numération, ou à un développement en fraction continue, etc. Mais c'est une illusion que de s'imaginer que l'on pourrait connaître effectivement plus d'un million de chiffres, ou à plus forte raison plus d'un milliard, sauf dans les cas très particuliers où ces chiffres obéissent à une loi simple, comme dans les fractions décimales périodiques ou les fractions continues périodiques.

Il faut donc regarder comme à plus forte raison illusoire et dépourvu de fondement tout raisonnement basé sur la connaissance totale du développement d'un nombre tel que $\pi$ en fraction décimale ou en fraction continue. Désigner par $a_n$ le $n^{\text{ième}}$ quotient incomplet du développement de $\pi$ en fraction continue et spéculer sur la convergence ou la divergence des séries

$$\sum \frac{1}{a_n}, \quad \sum \frac{1}{a_n^2}, \quad \ldots,$$

ne peut avoir *aucun sens* aussi longtemps que les mathématiciens ne seront pas arrivés à avoir une connaissance *logique* des $a_n$. S'ils ont seulement la connaissance numérique de quelques-uns d'entre eux, la possibilité théorique d'étendre peu à peu cette connaissance numérique ne peut suppléer à la connaissance logique.

En d'autres termes, autant il est intéressant d'obtenir pour un nombre tel que $\pi$, de nombreuses définitions logiques différentes (sous forme d'intégrales définies, de séries, etc.), autant il est dépourvu de sens de spéculer sur les approximations numériques, *qui n'ont qu'un intérêt pratique*, si elles ne se rattachent pas à une formule analytique. Il ne semble pas douteux que, si l'on pouvait écrire $\pi$ dans le système de numération dont les chiffres

seraient les caractères d'imprimerie français, on devrait trouver, dans ce développement, en le prolongeant suffisamment, le texte de tous les livres écrits ou à écrire en français, mais une telle certitude théorique est une absurdité pratique.

Je crains que les idées que je viens d'exposer ne paraissent choquantes à certains mathématiciens; il y a, en effet, une antinomie complète entre deux points de vue que l'on peut concrétiser par un exemple simple, emprunté au calcul des probabilités.

Proposons-nous de reconstituer tous les ouvrages de la Bibliothèque Nationale en tirant au sort les lettres de l'alphabet français ou en utilisant une armée de singes dactylographes qui taperaient au hasard sur des machines à écrire. Tout homme de bon sens affirmera qu'une telle reconstitution est absolument impossible.

Il est cependant aisé à un mathématicien de calculer le nombre de fois qu'il faudrait faire l'expérience pour qu'elle soit certainement couronnée de succès (avec une probabilité aussi voisine que l'on veut de l'unité).

Ainsi, pour les uns, le miracle des singes dactylographes est absolument impossible; pour les autres, il *suffit* de faire simultanément l'expérience dans un nombre assez grand de planètes analogues à la nôtre pour pouvoir affirmer qu'il se réalisera certainement du premier coup un très grand nombre de fois. Ce sont là deux affirmations contradictoires, entre lesquelles il appartient à chacun de choisir librement, suivant la nature de son esprit. Pour ma part, je consens que des dieux admettent la seconde, mais je pense que les hommes doivent s'en tenir à la première. Je laisse aux philosophes le soin de chercher à imaginer ce que pourraient penser les habitants de la planète élue sur laquelle le miracle se serait réalisé.

Observons, en terminant, que le parti de considérer, au point de vue humain (et non divin), comme rigoureusement nulles les probabilités du même ordre que celle de la réussite du miracle des singes dactylographes, éclaircit complètement ce que l'on a appelé, au XVIII$^e$ siècle, le paradoxe de Saint-Pétersbourg. On sait que, dans le jeu de ce paradoxe, l'espérance mathématique d'un des joueurs est infinie, étant égale à la somme d'une infinité de termes tous égaux à l'unité. Mais, à partir d'un certain rang, ces termes correspondent à des probabilités tellement petites que nous devons humainement les regarder comme nulles et ne pas en tenir compte. Il ne faut pas s'arrêter à l'objection qu'il n'est pas possible de fixer rigoureusement le rang à partir duquel la probabilité doit être négligée; c'est le sophisme du tas de blé; en fait, ce rang, comme on l'a observé depuis longtemps, est pratiquement déterminé par la fortune maximum du partenaire.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur quelques propriétés fondamentales des mouvements supersoniques.* Note [1] de M. **Dimitri Riabouchinsky.**

L'une des particularités les plus marquantes des mouvements supersoniques sur laquelle j'ai attiré l'attention [2], réside dans le fait que la vitesse $q$ (et la pression correspondante), ainsi que l'angle $\theta$ formé par la vitesse avec une direction fixe, peuvent prendre des valeurs maxima et minima à l'intérieur du fluide et non pas seulement sur les frontières limitant ce dernier, comme cela a lieu, exception faite pour les valeurs minima de la vitesse, dans le cas des mouvements subsoniques [3]. Il en résulte, par exemple, que dans un jet gazeux subsonique l'angle $\theta$ augmente ou diminue continuellement, tandis que

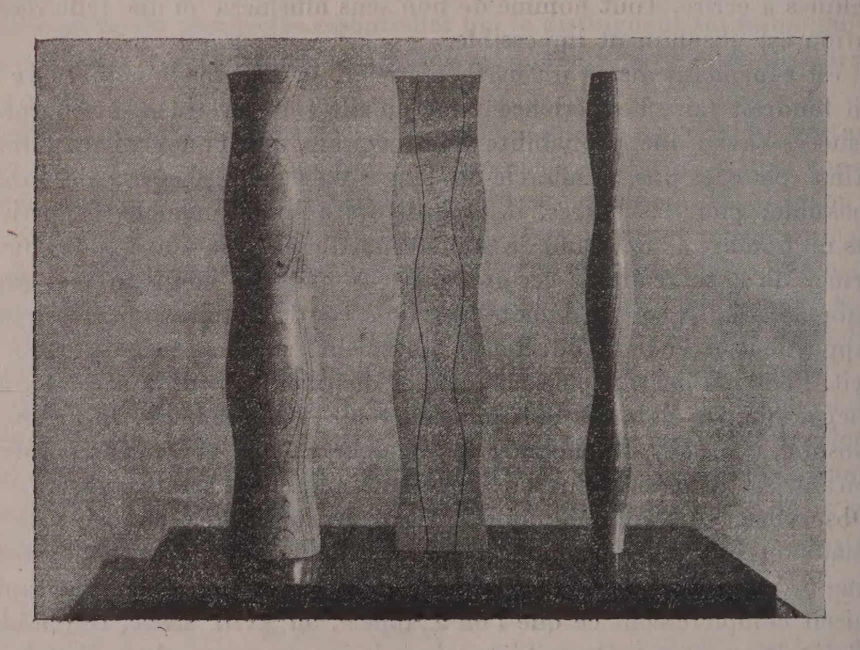


Fig. 1.

dans les mouvements supersoniques cet angle peut varier d'une façon périodique. La figure 1 représente des modèles de jets supersoniques de section circulaire dont les deux surfaces de pression constante, calculées d'après les

---

(1) Séance du 10 mars 1947.

(2) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1391; *Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'Air*, **108**, 1937, pp. 25-27.

(3) S. A. Tchapliguine, *Œuvres*, **2**, 1933, pp. 11-13, Léningrad.

équations que j'ai démontrées antérieurement ([1]),

$$x_1 = \varphi_1 - \alpha \cos\varphi_1 \mathcal{J}_0(a\psi_1), \qquad r_1 = \psi_1 - \alpha a \sin\varphi_1 \mathcal{J}_1(a\psi_1),$$

$$p - p_1 = \alpha\varphi_1 q_1^2 \sin\varphi_1 \mathcal{J}_0(a\psi_1), \qquad a = \sqrt{\left(\frac{q_1}{c_1}\right)^2 - 1} = 3,46, \qquad \alpha = 0,1,$$

où $\mathcal{J}_0$, $\mathcal{J}_1$ sont les fonctions de Bessel, correspondent respectivement aux deux premières racines de l'équation $\mathcal{J}_0(a\psi_1) = 0$. La valeur 0,1 du paramètre $\alpha$ détermine l'angle $\theta \simeq 10°$ d'évasement maximum du jet de moindre diamètre $d$; le rapport correspondant de la longueur d'onde $\lambda$ à $d$ est égal à 4,52.

Considérons comme deuxième exemple de mouvements supersoniques permanents, un jet bidimensionnel comprenant des ondes de choc

$$x_1 = \varphi_1 - \frac{\alpha}{2a}\big(\mathrm{F}(w) - \mathrm{F}(\overline{w})\big) - \frac{\alpha_1}{2a}\big(|\mathrm{F}(w)| - |\mathrm{F}(\overline{w})|\big),$$

$$y_1 = \psi_1 + \frac{\alpha}{2}\big(\mathrm{F}(w) + \mathrm{F}(\overline{w})\big) + \frac{\alpha_1}{2}\big(|\mathrm{F}(w)| + |\mathrm{F}(\overline{w})|\big),$$

$$\mathrm{F}(w) = \cos(\varphi + a\psi), \qquad \mathrm{F}(\overline{w}) = \cos(\varphi - a\psi), \qquad a = \sqrt{3}, \qquad \alpha = 0,1, \qquad \alpha_1 = 0,01,$$

$$\frac{p - p_1}{\rho q_1^2} = \left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi_1} - 1\right) = \frac{\alpha}{a}\cos\varphi_1 \sin a\psi_1 + \frac{\alpha_1}{2a}\left(\frac{\cos w}{|\cos w|}\sin w - \frac{\cos\overline{w}}{|\cos\overline{w}|}\sin\overline{w}\right).$$

Des lignes de courant et équipotentielles, les traces des ondes de choc et la courbe des pressions le long de l'axe de ce jet, sont représentées (*fig.* 2).

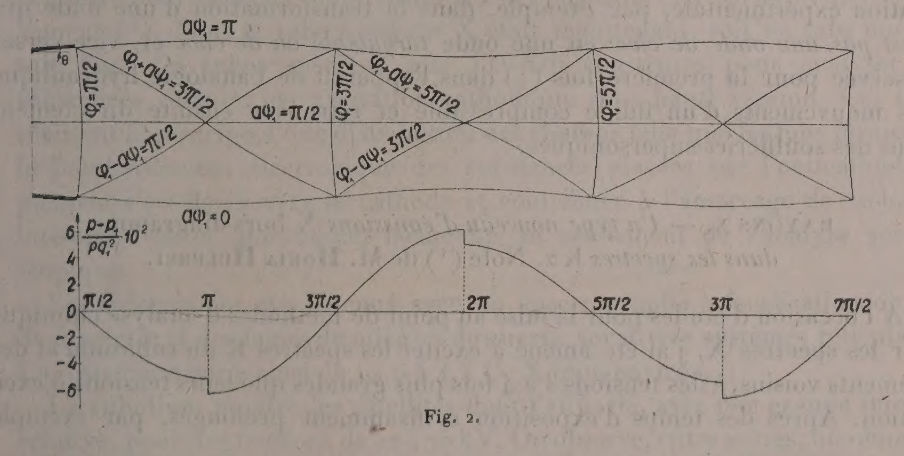



Fig. 2.

Dans ces solutions théoriques les mouvements conservent leur caractère périodique, mais il n'en est pas ainsi dans les gaz réels, où le jet devient turbulent. Il faut chercher l'explication de ce désaccord dans le fait que nous faisons abstraction de la dégradation de l'énergie dans les ondes de choc et du frottement. En effet, les expressions linéarisées de la pression $p$ et la densité $\rho$

(1) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 474; **208**, 1939, p. 1767; *Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'Air*, **157**, 1939, pp. 19-21; L. PRANDTL, *Physikalische Zeitschrift*, **5**, 1904, p. 599.

déterminent l'équation caractéristique $(p - p_1) = (\rho - \rho_1) p_1 \gamma/\rho$ qui reste compatible avec l'équation d'énergie au passage des ondes de choc. L'équation de continuité, le théorème des quantités de mouvement en projection sur la normale à l'onde de choc, la condition de la permanence du mouvement et celle de l'invariabilité des composantes de la vitesse tangentes au plan de l'onde de choc au passage de cette dernière, sont également satisfaits dans cette théorie. Il n'en est plus ainsi lorsqu'on applique comme équation caractéristique l'équation adiabatique, car en faisant le bilan de l'énergie de part et d'autre d'une onde de choc de condensation, on trouve alors un excédent d'énergie. Les théories de Hugoniot-Rankine et Lord Rayleigh aplanissent cette difficulté en tenant compte des échanges de chaleur par conductibilité et rayonnement et de la viscosité.

Ce problème peut être, cependant, considéré aussi d'un point de vue différent. On peut renoncer à la condition des vitesses tangentes invariables et admettre que l'excédent d'énergie correspond, du moins en partie, à l'énergie de pareils mouvements secondaires (5). Cette hypothèse, ainsi que la théorie (6) de la tendance des filets gazeux à se contracter dans les zones de compression en réduisant ainsi l'augmentation de l'entropie dans les ondes de choc, tendance qui est apparentée au principe de Paul Appell de la *tendance des systèmes matériels à échapper au frottement*, trouvent une confirmation expérimentale, par exemple, dans la transformation d'une onde qui *n'est pas une onde de choc* en une onde *turbulente ou de choc* et, vice versa, observée pour la première fois (7) dans l'appareil de l'analogie hydraulique des mouvements d'un fluide compressible et retrouvée ensuite directement dans des souffleries supersoniques.

## RAYONS X. — *Un type nouveau d'émissions* X hors-diagramme *dans les spectres* K$\alpha$. Note (1) de M. **Horia Hulubei**.

A l'occasion d'études pour la mise au point de méthodes d'analyse chimique par les spectres X, j'ai été amené à exciter les spectres K du rubidium et des éléments voisins, à des tensions 3 à 4 fois plus grandes que leurs tensions d'excitation. Après des temps d'exposition suffisamment prolongés, par exemple

---

(5) *Bulletin Technique des Services Techniques de l'Aéronautique*, n° 67, 1930, p. 58.

(6) D. Riabouchinsky, *Bulletin de l'Institut Aérodynamique de Koutchino*, VI, Paris, 1920, p. 44; cf. (4), p. 69; *The Journal of the Royal Aeronautical Society*, **39**, mai 1935, fig. 158; *Comptes rendus*, **213**, 1941, p. 469; M. Roy, *Comptes rendus* **195**, 1932, p. 300; *Atti dei Convegni Volta*, Roma, 1936, p. 220.

(7) *Comptes rendus*, **202**, 1936, pp. 1726-1727.

(1) Séance du 17 février 1947.

environ 100 fois le temps d'enregistrement de K$\alpha$, mes clichés montrent des

| | $\lambda$ u.x. | $\nu$/R. | $\Delta_1\nu$/R à $\alpha_1$. | $\sqrt{\Delta_1}$. | $\Delta_2\nu$/R à $\alpha_2$. | $\sqrt{\Delta_2}$. | (Z+1). M$_{IV}$. | M$_V$. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 42 Mo... | 719,2 | 1267,1 | 20,3 | 4,51 | 12,6 | 3,55 | — | — |
| 41 Nb... | 755,7 | 1205,9 | 17,9 | 4,23 | 10,9 | 3,30 | 17,2 | 17,0 |
| 40 Zr... | 795,3 | 1145,8 | 16,1 | 4,01 | 9,9 | 3,15 | 15,3 | |
| 39 Y... | 837,9 | 1087,6 | 14,1 | 3,75 | 8,6 | 2,93 | 13,5 | 13,3 |
| 38 Sr... | 883,7 | 1031,2 | 12,1 | 3,48 | 7,1 | 2,66 | 11,8 | 11,6 |
| 37 Rb... | 933,6 | 976,1 | 10,5 | 3,24 | 6,1 | 2,47 | 10,2 | 10,0 |
| 35 Br... | 1046,4 | 870,9 | 7,4 | 2,72 | 3,9 | 1,98 | 6,5 | |
| 34 Se... | 1110,7 | 820,4 | 6,2 | 2,49 | 3,1 | 1,76 | 5,3 | 5,1 |
| 33 As... | 1181,5 | 771,3 | 5,3 | 2,30 | 2,6 | 1,62 | 5,1–4,0 | |

raies K$\alpha$ supplémentaires de longueurs d'onde supérieures à celle de K$\alpha_2$; elles sont donc apparemment d'un type différent des raies K *hors-diagramme* que l'on connaissait jusqu'ici et qui ont toutes une énergie supérieure à celle de K$\alpha_1$.

J'ai observé ces émissions nouvelles pour une série d'éléments compris entre le ruthénium (44) et l'arsenic (33). Avec le pouvoir de résolution employé, elles ne sont pas observables pour le cuivre; mais elles sont peut-être présentes et noyées dans le voile dû à la surexposition des raies K$\alpha_1$ et K$\alpha_2$.

Le dispositif expérimental était semblable à celui que j'avais employé avant la guerre pour analyser les satellites K$\alpha$ des éléments Cu(29) à Rh(45) inclusivement ([2]). Mais le tube à rayons X était maintenant, soit un tube normal, soit l'un des tubes spéciaux que j'ai fait construire pour analyser des substances volatiles par excitation cathodique sous haute tension. Ces tubes réalisent le principe d'une distribution des champs telle que les ions formés par le bombardement électronique des substances placées sur l'anticathode ne puissent s'accélérer vers la cathode et contribuer à l'amorçage de décharges intempestives et qui nuisent beaucoup au rendement de l'analyse spectroscopique.

Les spectres ont été obtenus avec un spectrographe à focalisation de 40$^{cm}$ de diamètre et des lames de mica ou de quartz, sur divers systèmes réticulaires. La dispersion varie ainsi de 12,6 à 4,5 U. X./mm environ.

Le rubidium montre les satellites dont j'ai parlé, avec une grande intensité relative, pour des tensions de 50 à 70 kV. On observe, entre autres, une émission particulièrement nette et forte que j'ai pu suivre facilement pour les atomes voisins : Sr, Y, Zr, Nb d'un côté, Br de l'autre; moins bien pour Mo, difficilement pour Ru. Le cas de As est encore douteux. Le sélénium montre une émission dont la nature est discutable par suite d'une coïncidence possible avec une émission étrangère. Le tableau I donne le résultat actuel de mes mesures.

J'ai étudié l'influence de la tension, spécialement dans le cas du niobium, en

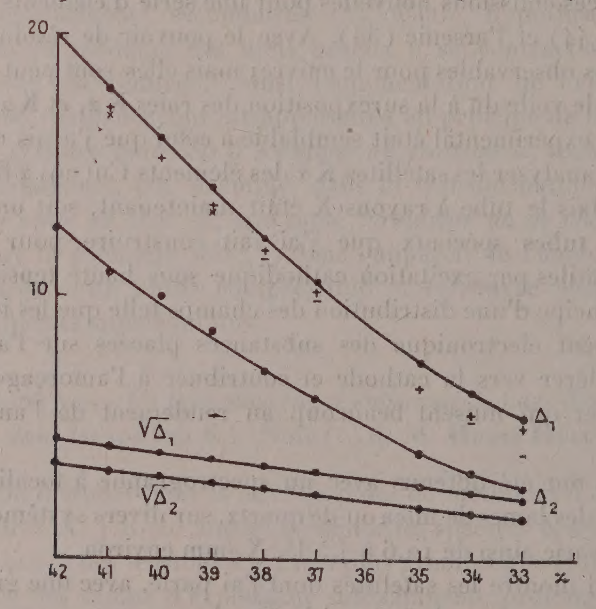
---

([2]) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 544; **205**, 1937, p. 440.

excitant le spectre sous des tensions très différentes et avec des temps d'enregistrement tels que le noircissement des raies $K\alpha_1$ et $K\alpha_2$ reste sensiblement le même d'un cliché à l'autre. Il semble bien que la tension joue un rôle important pour faciliter l'apparition du satellite. Ce fait, s'il se confirme, devrait aider à en comprendre l'origine.

Les tentatives d'interprétation des satellites $K\alpha$ de grande fréquence ont fait appel à deux mécanismes possibles. L'un est le *double-saut électronique*, avec apparition d'une fréquence qui est la somme des fréquences de deux transitions simultanées. L'autre est l'ionisation multiple de l'atome, avec apparition des composantes d'un spectre de multiplets. Langer et Wolfe ([3]) prévoient ainsi 5 composantes de grande fréquence, correspondant à 5 satellites observés; mais ne prévoient pas d'émissions de fréquence plus faible que $K\alpha_1$. Les émissions que j'observe semblent d'un genre nouveau, à la fois théoriquement et expérimentalement, et peuvent de ce fait présenter quelque intérêt.

J'ai suivi leur déplacement dans l'échelle des fréquences, par rapport à $\alpha_1$




et à $\alpha_2$. Les différences de fréquences, pour un atome de numéro atomique Z, se placent respectivement de part et d'autre des valeurs des niveaux $M_{IV}$ et $M_V$ de l'élément $Z + 1$, d'ailleurs connues avec une certaine imprécision dans cette région du système périodique. Ceci pourrait faire penser à rechercher l'origine de ces satellites dans une sorte de *conversion interne partielle* du quantum correspondant à $K\alpha_1$ ou mieux à $K\alpha_2$ dans l'atome émissif : le quantum émis par une transition de diagramme céderait une partie de son énergie pour

([3]) *Phys. Rev.*, 43, 1933, p. 221.

l'ionisation d'un niveau extérieur. On pourrait désigner ces nouvelles émissions par $K\alpha_s$.

S'il en était ainsi, la nature de ces satellites serait à rapprocher de celle proposée par Y. Cauchois ([4]) pour les satellites $L\alpha_s$ et $L\alpha_n$ qu'elle a observés dans les spectres L des atomes lourds.

Les raies observées ne correspondent pas à la transition interdite $KL_I$, car leurs fréquences sont très nettement trop grandes. Mais on pourrait peut-être émettre une autre hypothèse pour leur origine et les considérer comme des *satellites* de cette transition $KL_I$ qui ne se produit pas avec rayonnement. Des ionisations multiples donneraient une certaine probabilité à des transitions entre des niveaux K et $L_I$ perturbés, ou encore à des doubles-sauts relatifs à $L_I$, par des mécanismes analogues à ceux imaginés pour rendre compte des satellites $KL_{III}$ de grande fréquence.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Action de quelques substances de croissance, additionnées, soit de nitrate d'urane, soit de sulfate de manganèse, sur la germination et la productivité du* Pisum sativum. Note ([1]) de M. **Paul Becquerel** et M^lle **Jacqueline Rousseau**.

Dans une Note précédente ([2]) nous avons constaté que le trempage, pendant 24 heures, des graines de Pois dans l'acide phénylacétique et dans l'acide indol-β acétique au 1/100000 avait augmenté leur productivité. Est-ce que celle-ci serait encore accrue si l'on y ajoutait, soit des traces de sulfate d'urane ou de sulfate de manganèse? Nous savions par nos recherches (1914) que le sulfate d'urane avançait de près d'une semaine la maturité des céréales, en augmentant très légèrement leur rendement. Quant au sulfate de manganèse, son action, découverte par Gabriel Bertrand (1905), favorise très notablement les récoltes. Ce qui a été confirmé depuis, par de très nombreux observateurs, mais aucun n'a employé notre méthode de trempage.

D'abord, pour nous rendre compte de l'action de ces substances minérales sur la germination des graines de Pois, nous avons procédé comme précédemment avec les substances de croissance. Le tableau ci-après montre, après trempage de 24 heures (A), puis de 48 heures (B) dans les dilutions indiquées pour chaque substance, soit séparément, soit en association, le nombre de graines germées au bout de 2, 4, 6, 12 jours.

---

([4]) *Comptes rendus*, **213**, 1941, p. 121; *Journ. de Phys.*, 8e série, 5, 1944, p. 1.

([1]) Séance du 10 mars 1947.

([2]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 700.

| Substances et dilutions. (¹). | Pourcentage des germinations au bout de 2 jours A. | B. | 4 jours A. | B. | 6 jours A. | B. | 12 jours A. | B. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nitrate d'urane $10^{-4}$ | 98 | 76 | 98 | 84 | 98 | 88 | 92 | 94 |
| » $10^{-3}$ | 72 | 60 | 82 | 64 | 92 | 78 | 92 | 80 |
| Sulfate de manganèse $10^{-4}$ | 96 | 82 | 100 | 88 | 100 | 90 | 100 | 94 |
| » » $10^{-3}$ | 96 | 76 | 58 | 80 | 98 | 90 | 98 | 96 |
| Nitrate d'urane $10^{-4}$ + sulfate de manganèse $10^{-4}$ | 98 | 80 | 98 | 84 | 98 | 94 | 98 | 90 |
| » $10^{-4}$ + acide phényl-acét. $10^{-5}$ | 88 | 36 | 82 | 48 | 94 | 70 | 96 | 80 |
| » $10^{-4}$ + acide indol-β acét. $10^{-5}$ | 92 | 32 | 94 | 62 | 94 | 66 | 98 | 82 |
| Sulfate de manganèse $10^{-4}$ + acide phényl-acétique $10^{-5}$ | 90 | 42 | 94 | 56 | 98 | 74 | 98 | 80 |
| Sulfate de manganèse $10^{-4}$ + acide indol-β acétique $10^{-5}$ | 70 | 12 | 72 | 30 | 84 | 60 | 94 | 70 |
| Témoins germés dans l'eau distillée | 98 | 96 | 98 | 97 | 100 | 94 | 100 | 96 |

(¹) Trempage A : 24 heures; B, 48 heures.

D'après ces résultats on constate que le nitrate d'urane au 1/10000 agit très peu sur la germination, mais devient très légèrement toxique au 1/1000, déjà après 24 heures de trempage. Quant au sulfate de manganèse, il ne nuit pas à la germination qui est comparable à celle des graines témoins, mais les plantules paraissent plus vigoureuses. La meilleure dose paraît être celle du 1/10000. En mélange avec l'urane, à la dose de $10^{-4}$, le trempage pendant 24 heures influe peu sur la germination, il devient légèrement toxique au bout de 48 heures.

D'autre part, le nitrate d'urane au 1/10000, mélangé à une substance de croissance, soit l'acide phénylacétique, soit l'acide indol-β acétique au 1/100000 augmente légèrement l'effet toxique sur les germinations, même après 24 heures de trempage. Au bout de 48 heures, l'effet toxique est déjà très marqué, puisque ne germent au bout de 12 jours que 80 à 82 % des graines.

Il en est de même du sulfate de manganèse au 1/10000; mais la toxicité est plus grande avec l'acide indol-β acétique, en raison de la toxicité de ce dernier déjà à la dose de $10^{-5}$.

Connaissant ces effets sur la germination, nous nous sommes demandé seulement pour les graines trempées 24 heures dans les solutions précitées, comment elles se comporteraient sur les terrains d'expérience de la station de Beau-Site.

Ces graines furent semées en ligne, le 1ᵉʳ avril 1946, dans les mêmes conditions de fumure et d'éclairement. La floraison eut lieu le 1ᵉʳ juin pour les pois trempés dans la solution d'urane; le 3 juin pour les solutions mélangées d'urane et de manganèse, et le 8 juin pour les autres. Dans chaque ligne, nous avons recueilli, pour 20 pieds consécutifs, toutes les gousses, puis les graines

dont nous avons établi le poids sec comparativement avec celui des graines des pieds témoins.

Le tableau ci-dessous nous indique la dilution de la substance, les nombres de gousses, de graines, le poids sec des graines pour 20 pieds consécutifs et l'accroissement du rendement sur celui des graines témoins.

| Dilution de la substance. | Nombre gousses pour 20 pieds. | Nombre grains. | Poids sec de grains (en g.). | Accroissement du rendement en poids sec (%). |
|---|---|---|---|---|
| Nitrate d'urane $10^{-4}$ | 78 | 498 | 88 | +10 |
| Nitrate d'urane $10^{-3}$ | 75 | 480 | 85 | + 6,5 |
| $SO_4Mn$ $10^{-4}$ | 82 | 485 | 99 | +19 |
| $SO_4Mn$ $10^{-3}$ | 79 | 468 | 84 | + 5 |
| $SO_4Mn$ $10^{-4}$ + Nitrate d'urane $10^{-4}$ | 79 | 495 | 86 | + 7 |
| Acide phényl-acétique $10^{-5}$ + urane $10^{-4}$ | 86 | 580 | 102 | +27,5 |
| Acide indol-β acétique $10^{-5}$ + urane $10^{-4}$ | 80 | 482 | 85 | + 6,25 |
| Acide phényl-acétique $10^{-5}$ + $SO_4Mn$ $10^{-4}$ | 90 | 570 | 112 | +40 |
| Acide indol-β acétique $10^{-5}$ + $SO_4Mn$ $10^{-4}$ | 80 | 499 | 79 | − 2 |
| Témoins | 76 | 424 | 80 | |

Ces résultats sont particulièrement intéressants, car ils démontrent que le trempage des graines de Pois 24 heures dans les solutions d'urane et de sulfate de manganèse, améliore le rendement en poids sec de 10 % avec la première et de 19 % avec la seconde.

En mélange, ces deux solutions perdent leur activité favorisante.

D'autre part, quand on associe au nitrate d'urane au 1/10000 des substances de croissance telles que l'acide indol-β acétique et l'acide phényl acétique au 1/100000, on obtient encore un accroissement de 6,25 % pour le premier et 27,50 % pour le second.

Mais si l'on remplace le nitrate d'urane par le sulfate de manganèse au 1/10000, c'est alors qu'on obtient, avec l'acide phényl acétique, un accroissement du rendement de 40 %. Par contre, le rendement est un peu déficitaire si l'on associe, au sulfate de manganèse, l'acide indol-β acétique.

L'action remarquable de l'acide phényl acétique au 1/100000 additionné de sulfate de manganèse au 1/10000 dans le trempage des graines de Pois pour favoriser leur rendement, mérite d'être vérifiée avec beaucoup d'autres espèces de graines cultivées; c'est ce que nous allons faire dans nos nouveaux essais. Il y a peut-être là une méthode qui, mise au point pour chaque espèce, serait susceptible de rendre de précieux services à l'agriculture.

## ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **Eugène Delporte** et **Carl Stormer** sont élus Correspondants pour la Section d'Astronomie, en remplacement de MM. *Alfred Fowler* et *Edmond Rothé*, décédés.

## PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la Chaire de Théorie des équations différentielles et fonctionnelles du Collège de France, pour la première ligne, M. *Jean Leray* obtient 41 suffrages; il y a deux bulletins blancs.

Pour la seconde ligne, M. *André Lichnerowicz* obtient 30 suffrages; il y a deux bulletins blancs.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

*En première ligne*............ M. JEAN LERAY.
*En seconde ligne*............ M. ANDRÉ LICHNEROWICZ.

## CORRESPONDANCE.

Sir EDWARD JOHN RUSSELL, élu Associé étranger, et M. THÉODORE DE KARMÁN, élu Correspondant pour la Section de Mécanique, adressent leurs remercîments à l'Académie.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Union géodésique et géophysique internationale. Comité National français. Section d'Hydrologie scientifique. *Commission du Bassin de la Seine*. Cahier n° 6. *Niveau journalier de la Seine à Vernon* (1885-1940).

ALGÈBRE. — *Sur certains treillis gauches*. Note (¹) de M. MAURICE-PAUL SCHÜTZENBERGER, transmise par M. Gaston Julia.

On étudiera brièvement ici certains treillis non commutatifs. Des résultats déjà connus (KLEIN BARMEN, *Math. Zeitschrift*, 1940, pp. 41, 42, 43) seront approfondis.

*Axiomes des treillis gauches*. — Ce sont des structures algébriques où existe une loi de composition interne partout définie, associative, strictement idempotente ($aa = a$). On examinera ultérieurement la loi plus faible : pour tout $a$, il existe un entier $n$ tel que $a\,a^n = a^n$. On postulera en outre l'existence de $\mho$ (pour tout $a$ : $a\mho = \mho a = a$) et de $\Omega$ (pour tout $a$ : $a\Omega = \Omega a = \Omega$).

*Inégalité et isotopie* — On écrira

$$a \mathrel{\dot{\subset}} b \quad \text{équivalent à} \quad ab = a;$$
$$a \mathrel{\underset{\cdot}{\subset}} b \quad \text{équivalent à} \quad ba = a;$$
$$a \subset b \quad \text{équivalent à} \quad ab = ba = a.$$

(¹) Séance du 6 janvier 1947.

Cette relation est *transitive* et a une *réflexivité presque complète* (*croisée*). On a en outre, pour tout $c$,

$$\text{si } a \dot{\subset} b, \quad \text{alors} \quad ca \dot{\subset} b;$$
$$\text{si } a \underset{\cdot}{\subset} b, \quad \text{alors} \quad ac \underset{\cdot}{\subset} b.$$

On écrira

$$a \dot{=} b \quad \text{équivalent à} \quad a \dot{\subset} b \quad \text{et} \quad b \dot{\subset} a;$$
$$a \underset{\cdot}{=} b \quad \text{équivalent à} \quad a \underset{\cdot}{\subset} b \quad \text{et} \quad b \underset{\cdot}{\subset} a.$$

$\dot{=}$ sera appelée *isotopie*; si $a \neq b$, on dira qu'ils forment un système de Klein Barmen (par exemple $ba$ et $aba : ba.aba = ba$; $aba.ba = aba$). L'isotopie est *symétrique, transitive, presque complètement réflexive* (*croisée*). Si les $a_i$ sont tels que $a_i \dot{\subset} a_{i+1}$ et $a_n \dot{\subset} a_0$, ils sont isotopes (et de même en changeant les symboles en leurs opposés).

L'isotopie détermine une partition en classes. On écrira

$$x \in |\dot{a}| \quad \text{équivalent à} \quad a \dot{=} x; \qquad x \in |\underset{\cdot}{a}| \quad \text{équivalent à} \quad a \underset{\cdot}{=} x.$$

1° Tout être appartient au moins à une classe de chaque espèce.

2° Les classes de même espèce sont deux à deux exclusives :

Si $\quad x \in |\dot{a}| \quad \text{et} \quad x \in |\dot{b}|, \quad \text{alors} \quad a = ax \quad \text{et} \quad x = xb,$

d'où

$$ab = axb = ax = a,$$

donc

$$a \in |\dot{b}| \quad \text{et} \quad b \in |\dot{a}|, \quad \text{c'est-à-dire} \quad |\dot{a}| = |\dot{b}|.$$

On a encore les propriétés suivantes :

1° $\quad |\dot{a}| \cap |\underset{\cdot}{a}| = a.$

2° Si $\quad a \dot{=} a' \quad \text{et} \quad b \underset{\cdot}{=} b', \quad \text{alors} \quad ab \dot{=} a'b' \quad \text{et} \quad ba \underset{\cdot}{=} b'a'.$

3° Si $\quad a \dot{=} a' \quad \text{et} \quad a \dot{\subset} b, \quad \text{alors} \quad a' \dot{\subset} b;$

$\quad a = a' \quad \text{et} \quad a \underset{\cdot}{\subset} b, \quad \text{alors} \quad a' \underset{\cdot}{\subset} b.$

*L'axiome* CJ. — Pour aller plus loin, il faut introduire un axiome supplémentaire permettant de composer ces classes :

Axiome $\overline{\text{CJ}}$, pour tout $a$ et $b$, $\quad aba = ab$;

Axiome $\underline{\text{CJ}}$, pour tout $a$ et $b$, $\quad aba = ba$.

On se limitera désormais au cas de $\overline{\text{CJ}}$ qui entraîne :

1° Si $\quad a \underset{\cdot}{\subset} b, \quad \text{alors} \quad a \dot{\subset} b, \quad \text{donc} \quad a \underset{\cdot}{\subset} b \quad \text{équivalent à} \quad a \subset b;$

2° Tout $a$, $b$ : $\quad ab \dot{=} ba,$

d'où le résultat essentiel :

si $\quad a \dot{=} a' \quad \text{et} \quad b \dot{=} b', \quad \text{alors} \quad a'b' \in |\dot{ab}| \quad \text{et} \quad b'a' \in |\dot{ab}|$

($|\dot{a}b|$ peut comprendre d'autres êtres que les $a'b'$ et les $b'a'$). Il en découle que le système des classes a même structure qu'un *treillis commutatif*.

3° Les treillis CJ de base finie sont finis;

4° Pour tout *monôme* B si $a \doteq a'$, alors $aBa' = aB$.

Il est maintenant possible d'introduire une deuxième opération « + », duale de la première et jouissant des propriétés habituelles, à condition de faire des hypothèses supplémentaires. Par exemple :

1° On distingue un être dans chaque classe et l'on convient que $a+b$ désigne l'être distingué de la classe correspondant à l'être $a+b$ du treillis commutatif associé.

2° S'il existe un isomorphisme entre chaque classe et un système de Klein-Barmen *fixe*, la structure est une *structure produit* (par exemple les domaines convexes orientés) et + compose les classes comme précédemment; à l'intérieur d'une même classe, + opérant suivant la loi du système de Klein-Barmen. Au contraire de la précédente, cette convention est compatible avec toutes les lois universelles (cf. *infra*) de distributivité au sens large. Toute loi de ce type y implique son opposée (par exemple la distributivité à droite y implique la distributivité à gauche). D'autres conventions sont encore possibles.

*Hiérarchisation des lois commutatives.* — On appellera *loi universelle* une loi algébrique s'exprimant sous la forme de l'*égalité* de deux (ou plusieurs) monomes pour *toutes* valeurs des variables.

La loi la plus forte est la loi commutative : $ab = ba$ équivalente (entre autres) à la composition de $\overline{\text{CJ}}$ et $\underline{\text{CJ}}$. Il est facile de voir que cette loi est *immédiatement plus forte* que les deux lois CJ et que ce sont là les trois seules lois universelles à deux êtres : en effet la loi $aba = a$ n'est pas compatible avec l'existence de Ω.

Comme $aba$ et $ba$ sont isotopes et ne sont égaux que si $\underline{\text{CJ}}$ est vérifiée, on peut montrer que toute loi universelle à plus de deux êtres est *simultanément plus faible* que $\overline{\text{CJ}}$ et $\underline{\text{CJ}}$ et par conséquent *plus faible* que CM définie par : pour tout $a$, $b$, $c$ :

$$abaca = abca; \quad abacb = abcb; \quad acbab = acab.$$

Tout treillis CM de base finie est fini (la première des trois relations est d'ailleurs suffisante pour cela). Si la base est constituée par trois êtres, la *longueur* maxima des monomes est 5.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Système général de coordonnées dans un espace séparable de Hilbert-Hermite.* Note de M. **Otton Martin Nikodym**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

1. Reprenons les notions et la terminologie de deux Notes précédentes ([1]). Soient $\mathfrak{I}$ un espace séparable, (L) une classe ordonnée et fermée engendrant une

([1]) *Comptes rendus*, 224, 1947, pp. 322 et 628.

tribu (T) saturée. Soient $\vec{\omega}$ un vecteur générateur et $\mu(a)$ la mesure engendrée sur (T) par $\vec{\omega}$. Considérons les lieux A de (L). Appelons *quasi-vecteur* $\vec{\varphi}_A$ *en* A toute fonction $\vec{\varphi}(p)$ définie pour tous les voisinages $p$ de A et dont les valeurs sont des vecteurs de $\imath$; appelons *quasi-nombre* $\psi_A$ une telle fonction $\psi(p)$ dont les valeurs sont des nombres complexes. Un champ de quasi-vecteurs $\vec{\varphi}_A$ (resp. quasi-nombres $\psi_A$) défini pour tous les lieux A peut être interprété comme une fonction $\vec{\varphi}(q)$(resp. $\psi(q)$) définie pour tous les segments $q$ de (L).

2. Appelons *agrégat* l'espace $o$ et chaque ensemble $p_1, p_2, \ldots, p_m$ fini de segments disjoints de (L). Pour simplifier l'écriture nous emploierons le symbole $P = \Sigma_i p_i$ pour désigner tantôt l'agrégat, tantôt la somme spatiale de ses éléments; de plus nous identifierons parfois les ensembles mesurables de lieux avec leurs supports. Si $\mathcal{E}$ est un ensemble mesurable, il existe toujours une suite infinie $P_n = \Sigma_i p_{in} (n = 1, 2, \ldots)$ d'agrégats telle que

$$|\mathcal{E}, P_n| = \mu(\mathcal{E} - P_n) + \mu(P_n - \mathcal{E}) \to 0$$

et, en même temps $N(P_n) \to 0$ où, par $N(P)$, nous entendons d'une manière générale, un nombre attaché à l'agrégat $P = \Sigma_i(a_i - b_i)$ et défini comme le maximum des nombres $\mu(a_i - b_i) - \mu(\Pi q_i) \geqq 0$, le produit spatial étant étendu à tous les voisinages $q_i$ du lieu $A_i$ placé en $a_i$ (²).

3. Nous allons définir pour un champ $\vec{\varphi}_A$ (resp. $\psi_A$) de quasi-vecteurs (resp. quasi-nombres), une notion de *somme* rappelant l'intégrale de Weierstrass-Burkill (³) Soit $\mathcal{E}$ un ensemble mesurable de lieux, $e$ son support et $P_n = \Sigma_i p_{in} (n = 1, 2, \ldots)$ une suite infinie d'agrégats telle que $|P_n, \mathcal{E}| \to 0$ et $N(P_n) \to 0$. Dans le cas où la suite de vecteurs $\vec{\Phi}_n = \Sigma_i \vec{\varphi}(p_{in})$ [resp. la suite de nombres $\psi_n = \Sigma_i \psi(p_{in})$] tend vers une limite $\vec{\Phi}$ (resp. $\psi$) indépendante du choix de $\{P_n\}$, le champ $\vec{\varphi}_A$ (resp. $\psi_A$) est dit *sommable sur* $\mathcal{E}$ et $\vec{\Phi}$, (resp. $\psi$) seront désignés par $\mathbf{S}_{\mathcal{E}} \vec{\varphi}_A$ (resp. $\mathbf{S}_{\mathcal{E}} \psi_A$) et aussi par $\mathbf{S}_e \vec{\varphi}_A$ (resp. $\mathbf{S}_e \psi_A$). Nous démontrons que si $\vec{\varphi}_A$ est sommable sur l'ensemble I de tous les lieux, $\vec{\varphi}_A$ est aussi sommable sur tout ensemble $\mathcal{E}$ mesurable de lieux. De plus, si $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \ldots, \mathcal{E}_n, \ldots$ sont des ensembles disjoints et si $\mathcal{E} = \Sigma_n \mathcal{E}_n$ est leur somme logique, on a $\mathbf{S}_{\mathcal{E}} \vec{\varphi}_A = \Sigma_n \mathbf{S}_{\mathcal{E}_n} \vec{\varphi}_A$. Deux champs $\vec{\varphi}_A$, $\vec{\psi}_A$ sont dits *équivalents* lorsque, pour tout espace $e$, on a $\mathbf{S}_e \vec{\varphi}_A = \mathbf{S}_e \vec{\psi}_A$. Nous écrirons $\vec{\varphi}_A \approx \vec{\psi}_A$. Il en est de même pour les champs de quasi-nombres. Les notions des sommabilité et de somme ne dépendent pas du choix du vecteur générateur $\vec{\omega}$.

---

(²) Le lieu $A_i$ est appelé *extraordinaire* lorsque $\Pi q_i \neq o$, et *ordinaire* lorsque $\Pi q_i = o$. L'ensemble des lieux extraordinaires est au plus dénombrable.

(³) S. Saks, *Theory of the Integral* Warszaw, 1937, New-York, G. E Stechert, 1937.

4. Le quasi-nombre $\mu_A$ défini par $\mu(q)$ est sommable et l'on a $\mathbf{S}_e \mu_A = \mu(e)$. D'une manière générale : $\mathbf{S}_e \vec{\varphi}_A = \mathbf{S}_e \vec{\varphi}^\star_A \mu_A$ où $\vec{\varphi}^\star_A$ se définit par $\vec{\varphi}(q)/\mu(q)$. Nous appelons $\vec{\varphi}^\star_A$ *densité* de $\vec{\varphi}_A$. Dans le cas dit *régulier* où $\vec{\varphi}(q) \subseteq q$ nous avons trouvé plusieurs théorèmes simples, par exemple $\mathbf{S}_e \vec{\varphi}_A \subseteq c$; $\left|\mathbf{S}_e(\vec{\varphi}_A, \vec{\psi}_A)\right| \leqq \left|\mathbf{S}_e \vec{\varphi}_A\right| . \left|\mathbf{S}_e \vec{\psi}_A\right|$; il existe un vecteur $\vec{\xi}$ tel que $\mathbf{S}_e \vec{\varphi}_A = \mathrm{Proj}_e \xi$, etc. Si $f(X)$ est une fonction ordinaire, nous désignons par $\mathrm{val}_A f$ le quasi-nombre $\int_p f(X)\, d\mu_X/\mu(p)$.

5. Le système composé de $(L)$ et $\vec{\omega}$ est appelé *système général de coordonnées*. Étant donnés un lieu A et un vecteur $\vec{x} \in I$, nous appelons A-*composante* $\vec{x}_A$, A-*composante-densité* $\vec{x}^\star_A$, A-*coordonnée* $x_A$, A-*coordonnée-densité* $\vec{x}^\star_A$ de ce vecteur les quasi-vecteurs $\mathrm{Proj}_p \vec{x}$, $\mathrm{Proj}_p \vec{x}/\mu(p)$ et les quasi-nombres $(\mathrm{Proj}_p \vec{\omega}, \vec{x})$, $(\mathrm{Proj}_p \vec{\omega}, \vec{x})/\mu(p)$ respectivement. Nous démontrons que $\vec{x}_A \approx \vec{\omega}_A x^\star_A$ et $\vec{x}_A \approx \vec{\omega}_A \mathrm{val}_A \Xi$ où $\Xi(x)$ est une fonction $\vec{\omega}$ image du vecteur $\vec{x}$. Les formules suivantes subsistent : $\mathrm{Proj}_e \vec{x} = \mathbf{S}_e \vec{x}_A = \mathbf{S}_e \vec{\omega}_A x^\star_A = \mathbf{S}_e \vec{\omega}_A \mathrm{val}_A \Xi$;

$$(\vec{x}, \vec{y}) = \mathbf{S}_I(\vec{x}_A, \vec{y}_A) = \mathbf{S}_I \overline{x^\star_A} y^\star_A (\vec{\omega}_A, \vec{\omega}_A) = \mathbf{S}_I \overline{x^\star_A} y^\star_A \mu_A = \mathbf{S}_I \overline{\mathrm{val}_A \Xi}\, \mathrm{val}_A \mathrm{H}\, \mu_A$$

(généralisations des développements de Fourier et de Parceval). Si l'on applique la formule $\vec{x} = \mathbf{S}_I \vec{\omega}^\star_A \mathrm{val}_A \Xi \mu_A$ aux fonctions $\vec{\omega}$-images, on obtient, pour presque tous les X, $\Xi(X) = \mathbf{S}_I \Omega^\star_A(X)\, \mathrm{val}_A \Xi\, \mu_A$ où, $\Omega_A(X)$ est une *quasi-fonction* définie par $\Omega_q(X)/\mu(q)$, où $\Omega_q(X) = 0$ lorsque $X \overline{\in} q$ et $\Omega_q(X) = 1$ lorsque $X \in q$. Cette formule peut être mise sous la forme

$$\Xi(X) = \mathbf{S}_I \Xi(A)\, \Omega^\star_A(X)\, \mu_A, \tag{1}$$

si $\Xi(X)$ est continue. La formule (1) ressemble à la formule connue de M. P. A. M. Dirac.

CALCUL SYMBOLIQUE. — *Sur les solutions d'équations intégrales dont les noyaux renferment des polynomes d'Hermite*. Note [1] de M. **Maurice Parodi**.

I. Soit l'équation intégrale

$$\frac{p}{2^{n+1}\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{p^2 z}{4}} \mathrm{He}_n\left(\frac{p\sqrt{z}}{2}\right) z^{\frac{n-1}{2}} \varphi\left(\frac{1}{z}\right) dz = \theta(p) \qquad n > 0, \tag{1}$$

où $\varphi(p)$ est l'inconnue et $\mathrm{He}_n$ le polynome d'Hermite d'ordre $n$.

Supposons que $\varphi(p)$ et $\theta(p)$ soient les images respectives de deux

---

[1] Séance du 10 mars 1947.

fonctions $f(t)$ et $g(t)$; le membre de droite de l'équation (1) a pour image $t^n f(t^2)$; il apparaît par suite que (1) est l'image de la relation

$$t^n f(t^2) = g(t)$$

dont la solution en $f(y)$ est, en posant $t^2 = y$,

$$f(y) = \frac{g(\sqrt{y})}{y^{\frac{n}{2}}}.$$

Une solution $\varphi(p)$ de (1) sera donc l'image de $f(y) = g(\sqrt{y})/y^{n/2}$.

Dans un travail antérieur ([2]), nous avons donné l'expression de l'image de $g(\sqrt{\phantom{y}})$ en fonction de celle de $g(y)$; il vient

$$g(\sqrt{y}) \supset \Phi(p) = \frac{1}{\sqrt{\pi p}} \int_0^\infty \left\{ e^{\frac{i\lambda^2}{2p}} \frac{\theta[\lambda(1+i)]}{1+i} + e^{-\frac{i\lambda^2}{2p}} \frac{\theta[\lambda(1-i)]}{1-i} \right\} d\lambda.$$

Cela étant, deux cas se présentent pour le calcul de $\varphi(p)$.

*a. $n/2$ est entier*; une relation symbolique classique donne

$$\varphi(p) = p \int_p^\infty \cdots \int_p^\infty \frac{\Phi(p)}{p} (dp)^n.$$

*b. $n/2$ est fractionnaire*; sans restreindre la généralité du problème, nous pouvons supposer $n/2 < 1$; il vient alors

$$\varphi(p) = \frac{p}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \int_0^\infty \frac{\Phi(p+\beta)}{p+\beta} \beta^{\frac{n}{2}-1} d\beta,$$

car, pour $\mu$ compris entre 0 et 1, il est facile de montrer que si $\varphi(p) \subset f(t)$, on a

$$\frac{f(t)}{t^\mu} \supset \frac{p}{\Gamma(\mu)} \int_0^\infty \frac{\varphi(p+\beta)}{p+\beta} \beta^{\mu-1} d\beta. \tag{2}$$

Par définition

$$\frac{\varphi(p+\beta)}{p+\beta} = \int_0^\infty e^{-(p+\beta)z} f(z)\, dz$$

donc

$$\frac{p}{\Gamma(\mu)} \int_0^\infty \frac{\varphi(p+\beta)}{p+\beta} \beta^{\mu-1} d\beta = \frac{p}{\Gamma(\mu)} \int_0^\infty e^{-pz} f(z)\, dz \int_0^\infty e^{-\beta z} \beta^{\mu-1} d\beta = p \int_0^\infty e^{-pz} \frac{f(z)}{z^\mu} dz,$$

ce qui établit la relation (2).

II. Soit l'équation en $\varphi(p)$

$$\frac{p}{2^{n+1}\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{p^2 z}{4}} \mathrm{He}_n\left(\frac{p\sqrt{z}}{2}\right) z^{\frac{n-1}{2}} \varphi\left(\frac{1}{z}\right) dz = \varphi(p). \tag{3}$$

---

([2]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 91.

En supposant $\varphi(p) \subset f(t)$, l'équation (3) est l'image de

$$t^n f(t^2) = f(t),$$

dont une solution particulière est $f(t) = t^{-n}$. En supposant $0 < n < 1$, on aura donc

$$\varphi(p) = \Gamma(1-n)\, p^n.$$

III. Soit l'équation en $\varphi(p)$

$$(4) \qquad \frac{p}{2^{n+1}\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{p^2 z}{4}}\, \mathrm{H}e_n\left(\frac{p\sqrt{z}}{2}\right) z^{\frac{n-1}{2}} \varphi\left(\frac{1}{z}\right) dz = 2\varphi(p) \qquad (0 < n < 1).$$

Elle peut être considérée comme l'image de la relation

$$t^n f(t^2) = 2f(t),$$

dont une solution s'écrit

$$f(t) = t^{-n} \log t.$$

Compte tenu de la correspondance symbolique

$$t^k \log t \supset \frac{\Gamma(1+k)}{p^k}\left[\frac{\Gamma'(1+k)}{\Gamma(1+k)} - \log p\right] \qquad \mathrm{R}(k) > -1,$$

on obtient la solution de (4) :

$$\varphi(p) = p^n \Gamma(1-n) \left\{ \frac{\Gamma'(1-n)}{\Gamma(1-n)} - \log p \right\}.$$

IV. Ces considérations permettent de trouver des solutions d'équations analogues à (1) où le second membre prend la forme $g(t) + f(t)$ ou $g(t) + 2f(t)$.

TOPOLOGIE. — *Sur les réseaux de courbes sans point singulier tracés sur une surface de genre* 1. Note (¹) de M^me **Pierre-Louis Dubois-Violette**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

I. Considérons d'abord une *surface* S *de genre* $p \geq 1$, sans singularité, couverte par un réseau R de courbes tel que par tout point de S, à l'exception d'un nombre fini de points $P_1, P_2, \ldots, P_i$, passe une courbe du réseau et une seule. Les points $P_1, P_2, \ldots, P_i$ sont dits points singuliers du réseau.

Soit un orbe (courbe fermée simple) $\varphi$ tracé sur S. On peut fixer pour un orbe $\varphi$ quelconque un sens positif de parcours. Il y aura alors $\lambda$ courbes de R tangentes à $\varphi$ à gauche de l'observateur et $\mu$ courbes tangentes à C à droite de l'observateur. Si nous supposons en outre que $\varphi$ ne passe par aucun point singulier du réseau, nous attacherons à C *un nombre* $j = \lambda - \mu$ *ou pseudo-indice de* $\varphi$.

Dans le cas particulier où $\varphi$ limite sur S une aire simplement connexe, Poincaré a défini l'indice $i$ de $\varphi$ qui est lié à $j$ par la relation $j = \pm(2 - 2i)$.

---

(¹) Séance du 3 mars 1947.

II. *Étude du nombre $j$ des orbes tracés sur une surface* S *de genre* I *couverte par un réseau de courbes disjointes, ne présentant pas de point singulier.* — Il est commode de représenter S sur un plan P. Considérons deux familles $F_1$ et $F_2$ d'orbes tracés sur S et telles qu'un cycle quelconque $C_1$ de $F_1$, et un cycle quelconque $C_2$ de $F_2$ forment rétrosection.

On fait correspondre les deux familles de courbes $F_1$ et $F_2$ à deux familles orthogonales de droites parallèles $G_1$ et $G_2$ du plan P. A un cycle $C_1$ de $F_1$ correspond une infinité de droites $D_1^i$ de $F_1$, la distance entre deux droites voisines étant constante et égale à $\delta$. De même, à un cycle $C_2$ de $F_2$ correspond une infinité de droites $D_2^j$, la distance entre deux droites voisines étant égale à $\delta$.

Pour faciliter le langage, nous dirons que $C_1$ est un parallèle et $C_2$ un méridien de S.

Le réseau de courbes tracé sur S sera représenté en totalité à l'intérieur d'un carré de côté $\delta$ dont les côtés sont portés par des droites de $G_1$ et $G_2$.

D'autre part la disposition d'ensemble dans tout le plan sera un réseau de courbes doublement périodique et sans point singulier.

*Soit* $\varphi$ *un orbe quelconque rencontrant* $p$ *fois un parallèle* $C_1$ *et* $q$ *fois un méridien* $C_2$. Nous supposons qu'il est impossible de trouver un domaine simplement connexe dont la frontière soit formée par un arc de $\varphi$ et un arc de $C_1$ ou de $C_2$ (à condition de ne pas prendre $C_1$ ou $C_2$ en totalité). Cette hypothèse ne restreint pas la généralité de ce qui suit, car, si elle n'était pas vérifiée on pourrait remplacer $\varphi$ par déformation continue, par un orbe $\varphi'$ satisfaisant à cette condition et pour lequel les nombres $p'$ et $q'$ analogues à $p$ et $q$ seraient inférieurs ou égaux à $p$ et à $q$.

L'orbe $\varphi$ est alors représenté sur le plan P par une courbe joignant deux sommets opposés d'un rectangle dont les côtés sont portés par $G_2$ et $G_1$ et ont pour longueurs $p\delta$ et $q\delta$.

En étudiant une telle représentation on peut observer les théorèmes suivants.

THÉORÈME I. — *La condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe un orbe* $\varphi$ *correspondant à un couple de nombres* $p$ *et* $q$ *donné est que* $p$ *et* $q$ *soient premiers entre eux.*

Il existe alors *deux familles* d'orbes, topologiquement distinctes, répondant à la question.

La démonstration utilise le *lemme* suivant : *il est impossible d'avoir* $p=q\neq 1$.

THÉORÈME II. — *Deux orbes topologiquement équivalents ont même nombre* $j$.

THÉORÈME III. — *Si* $j_1$ *est le pseudo-indice des parallèles,* $j_2$ *celui des méridiens et* $j$ *celui de* $\varphi$, *on a :* $j=\pm pj_1 \pm qj_2$.

*Remarque.* — Les signes + ou — dépendent de la convention faite pour orienter $\varphi$. Pour l'une des deux familles correspondant à $p$ et $q$, on a $j=\pm(pj_1+qj_2)$ et pour l'autre $j=\pm(pj_1-qj_2)$.

THÉORÈME IV. — *Si* $j_1 = j_2 = 0$, *on a, quel que soit* $\varphi$, $j = 0$. *Si le pseudo-indice est nul pour deux orbes formant rétrosection, il sera nul pour tout orbe tracé sur* S.

Ceci est vérifié, *en particulier, si les parallèles et les méridiens sont sans contact.*

THÉORÈME V. — Si les parallèles ou les méridiens ont un pseudo-indice non nul, il existera un couple et un seul de nombres $p$ et $q$ premiers entre eux, tel que l'on ait

$$pj_1 \pm qj_2 = 0.$$

Par suite, *il existera une famille et une seule d'orbes ayant un pseudo-indice nul.*

Parmi les orbes de pseudo-indice nul, *il en existe une infinité qui sont sans contact.*

THÉORÈME VI. — *Si* $j_1$ *et* $j_2$ *ont pour* P. G. C. D. $\alpha$, $\alpha$ *sera un diviseur du pseudo-indice d'un orbe quelconque.*

Si l'on considère une rétrosection formée par un orbe de pseudo-indice nul et un orbe de pseudo-indice $j'$, le pseudo-indice d'un orbe quelconque tracé sur S est $j = p_1 \times 0 + q_1 \times j' = q_1 . j'$.

Ce qui montre que $j' = \alpha =$ P. G. C. D. de tous les nombres $j$.

III. *Étude du réseau* R *de courbes, tracé sur une surface de genre* 1, *lorsque le réseau est sans point singulier et que* $j \neq 0$ *pour tous les orbes tracés sur* S. — La rétrosection génératrice du quadrillage est constituée par un orbe sans contact et un orbe $C_1$ de pseudo-indice $j_1$.

En étudiant la loi de conséquence des points de rencontre d'une courbe du réseau avec le périmètre d'un carré élémentaire du quadrillage, on montre qu'*il existe pour le réseau* R *au moins* $j_1$ *cycles limites.*

Les cycles limites sont topologiquement équivalents aux orbes de pseudo-indice nul. *Chaque cycle limite rencontre* $C_1$ *une fois et une seule. Enfin, entre deux contacts consécutifs et de même nature de* $C_1$ *avec le réseau* R *de courbes, il passe toujours au moins un cycle limite.*

On peut aussi étudier directement la disposition des courbes du réseau en prenant pour base du quadrillage une rétrosection quelconque dont les orbes ont pour indice $j_1$ et $j_2$.

On montre ainsi que chaque cycle limite rencontre les orbes constituant la rétrosection en $j_1/\alpha$ et $j_2/\alpha$ points. Deux points de rencontre, consécutifs sur l'un des orbes de la rétrosection, avec un même cycle limite, étant séparés par un arc de pseudo-indice $\alpha$ de l'orbe envisagé.

GÉOMÉTRIE. — *Dix nouveaux polyèdres semi-réguliers, sans plan de symétrie.* Note de MM. **Jean Lesavre** et **Raymond Mercier**, présentée par M. Charles Mauguin.

Dans le cours de la présente Note, triangle désigne un triangle équilatéral, pentagone un pentagone régulier convexe, et pentacle un pentagone régulier étoilé.

Archimède connaissait deux polyèdres semi-réguliers, ne possédant aucun élément de symétrie inverse, c'est-à-dire aucun plan de symétrie, aucun centre de symétrie :

*a.* un polyèdre ayant les axes de répétition du cube, 24 sommets, 38 faces et 60 arêtes. En chaque sommet sont assemblés un carré principal, c'est-à-dire perpendiculaire à un axe quaternaire; un triangle principal, c'est-à-dire perpendiculaire à un axe ternaire, et trois triangles accidentels. Ces derniers, au nombre de 24, s'assemblent deux à deux pour former un toit dont l'arête est perpendiculaire à un axe binaire;

*b.* un polyèdre ayant les axes de répétition du dodécaèdre (ou de l'icosaèdre) régulier, 60 sommets, 92 faces et 150 arêtes. En chaque sommet, sont assemblés un pentagone principal, un triangle principal et trois triangles accidentels.

De tels polyèdres de symétrie strictement directe sont dits gyrogones. Leurs angles polyèdres en chaque sommet sont directement superposables; ils présentent de plus un plan de symétrie, bien que l'ensemble du polyèdre n'en admette aucun. Ces polyèdres existent sous deux formes, droite et gauche, non superposables, symétriques l'une de l'autre par rapport à un plan.

Nos études nous ont permis de trouver cinq gyrogones étoilés, qui paraissent n'avoir jamais été signalés. Ils ont tous les mêmes axes de répétition que le dodécaèdre régulier. Ce sont :

*a.* trois polyèdres ayant 60 sommets, 92 faces et 150 arêtes. En chaque sommet sont assemblés un pentacle principal, un triangle principal et trois triangles accidentels. Ces cinq polygones peuvent s'assembler de trois façons différentes autour d'un sommet, d'où les trois polyèdres. L'assemblage peut être étoilé (n° 1) ou convexe (n° 2), ou encore présenter un repliement, une sorte de boucle analogue à un « 8 » (n° 3).

*b.* deux polyèdres ayant 60 sommets, 84 faces et 150 arêtes. En chaque sommet sont assemblés un pentagone et un pentacle principaux et trois triangles accidentels. Ces cinq polygones peuvent s'assembler de deux façons différentes autour d'un sommet. L'assemblage peut être convexe (n° 4) ou former une boucle (n° 5). A la différence des trois précédents polyèdres, les sommets de ces deux derniers ne présentent aucun plan de symétrie.

Nous avons calculé pour ces polyèdres divers éléments. Le rapport $a/R$ de l'arête au rayon de la sphère circonscrite passant par les sommets a les valeurs suivantes :

$$1.\ \frac{a}{R} = 1,7241. \qquad 2.\ \frac{a}{R} = 1,2253. \qquad 3.\ \frac{a}{R} = 1,5503.$$

$$4.\ \frac{a}{R} = 0,7846. \qquad 5.\ \frac{a}{R} = 1,1742.$$

(valeurs approchées à 1/10 000 près).

Les polyèdres 1, 2 et 4 sont respectivement de 37ᵉ, 7ᵉ et 3ᵉ espèces. En raison du caractère particulier des sommets, la notion d'espèce est moins précise dans le cas des polyèdres 3 et 5 et ne peut être définie que moyennant certaines conventions assez artificielles.

Le polyèdre gyrogone étoilé signalé par Badoureau [1] n'existe pas.

Une transformation par polaires réciproques par rapport à la sphère inscrite transforme ces polyèdres gyrogones, à sommets superposables, en polyèdres gyroèdres à faces égales. Il y a donc deux gyroèdres convexes, l'un du système cubique, connu des minéralogistes, et l'autre du système ternoquinaire.

Il y a donc aussi cinq gyroèdres étoilés, tous du système ternoquinaire. Les faces des trois premiers admettent un axe de symétrie; mais les faces des deux derniers n'ont aucun élément de symétrie. Le rapport du diamètre du cercle inscrit dans une face au rayon de la sphère tangente aux arêtes a la même valeur que le rapport $a/R$, donné ci-dessus pour le polyèdre gyrogone correspondant.

Jusqu'à plus ample information, les polyèdres semi-réguliers de symétrie strictement directe (hémiédrie énantiomorphe) sont :

1° les deux gyrogones convexes d'Archimède et leurs correspondants gyroèdres;

2° les cinq gyrogones étoilés, objet de la présente Note, et leurs correspondants gyroèdres.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur une propriété fondamentale des fonctions de corrélation.* Note de MM. **André Blanc-Lapierre** et **Robert Fortet**, présentée par M. Émile Borel.

Soit $x(t)$ une fonction aléatoire réelle d'un paramètre $t$ $(-\infty < t < +\infty)$ qui, dans les applications, pourra souvent être interprété comme un temps. Nous supposons $x(t)$ stationnaire au sens de Kintchine [1], c'est-à-dire tel que soient satisfaites les hypothèses suivantes :

---

(1) *Mémoire sur les figures isoscèles* (*Journ. de l'École Polytechnique*, XLIX Cahier, 1881, p. 112).

(1) *Math. Annalen*, 109, 1934, p. 604.

1° L'espérance mathématique $\overline{x(t)} = m$ ne dépend pas de $t$ (on supposera $m = 0$);

2° $\overline{x(t_1)x(t_2)} = \rho(t_1, t_2) = \rho(\tau)$ ne dépend que de la différence $t_1 - t_2 = \tau$ et nous supposerons $\rho(0) = 1$;

3° $x(t)$ est stochastiquement continu, d'où il découle que $\rho(\tau)$ est uniformément continu.

Khintchine a démontré le résultat suivant (²) :

Théorème. — $\rho(\tau)$ *est une fonction caractéristique.*

Nous nous proposons de montrer comment la méthode des filtres linéaires (³) que nous avons déjà exposée et utilisée permet de donner une démonstration très simple et très physique de ce théorème.

*Démonstration.* — 1° Supposons d'abord que $\rho(\tau)$ a une transformée de Fourier $A(\nu)$ continue et absolument intégrable de 0 à $+\infty$. Il en sera ainsi en particulier si $\rho(\tau)$ possède des dérivées des deux premiers ordres avec

$$\rho[+\infty] = 0, \quad \rho'[+\infty] = 0,$$

$|\rho'|$ et $|\rho''|$ intégrables de $-\infty$ à $+\infty$ (hypothèses H). L'étude de la transformation de $x(t)$ par un filtre $\mathcal{R}$ conduit aux relations suivantes :

$$(1) \qquad y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\theta)R(t-\theta)\,d\theta = \mathcal{R}[x(t)]; \qquad G(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2i\pi\nu t}R(t)\,dt$$

[R absolument sommable de $-\infty$ à $+\infty$; $G(\nu)$ gain du filtre]

$$(2) \qquad \rho(\tau) = \int_0^{\infty} A(\nu)\cos 2\pi\nu\tau\,d\nu \qquad [\text{définition de } A(\nu)]$$

et

$$(3) \qquad \overline{y^2(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \overline{x(\theta)x(\theta')}R(t-\theta)R(t-\theta')\,d\theta\,d\theta' = \int_0^{\infty} |G(\nu)|^2 A(\nu)\,d\nu.$$

La dernière intégrale qui représente $\overline{y^2}$ ne peut être négative, et cela *quel que soit le filtre* $\mathcal{R}$; on en déduit facilement, en s'appuyant sur la continuité de $A(\nu)$, que $A(\nu)$ n'est jamais négatif. Il en découle directement que $\rho(\tau)$ est la fonction caractéristique associée à la densité de probabilité $A(\nu)$ correspondant à une répartition sur le demi-axe positif des $\nu$.

2° Si les hypothèses H ne sont plus satisfaites, *adoucissons* $x(t)$ par l'opération

$$(4) \qquad z_{\Delta t}(t) = \frac{1}{\Delta t}\int_t^{t+\Delta t} x(\theta)\,d\theta.$$

$z_{\Delta t}(t)$ possède une dérivée en moyenne quadratique et, par suite,

(²) M. Loeve a également donné une démonstration de cette proposition. Voir *Sur les fonctions aléatoires stationnaires de second ordre* (*Revue Scientifique*, 1945, p. 297).

(³) A. Blanc-Lapierre et R. Fortet, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 467; **222**, 1946, p. 713; **222**, 1946, p. 1270.

$\overline{z_{\Delta t}(t) z_{\Delta t}(t-\tau)}$ est au moins deux fois dérivable en $\tau$. D'autre part, si $\Delta t \to 0$, $z_{\Delta t}(t)$ converge en moyenne quadratique vers $x(t)$. Considérons alors l'expression

$$\rho_{\Delta t}(\tau) = \overline{z_{\Delta t}(t) z_{\Delta t}(t-\tau)} \cdot e^{-\Delta t \tau^2}. \tag{5}$$

On voit aisément que ce produit est une fonction de corrélation. Elle satisfait aux hypothèses H. C'est donc, à un facteur $\rho_{\Delta t}(0)$ près, facteur qui pour $\Delta t$ petit reste très peu différent de 1, une fonction caractéristique. Si $\Delta t \to 0$, la fonction caractéristique $\rho_{\Delta t}(\tau)/\rho_{\Delta t}(0)$ converge vers $\rho(\tau)$ pour tout $\tau$, et la convergence est uniforme dans tout intervalle borné en $\tau$ comprenant l'origine. Le théorème de continuité de Paul Lévy [4] permet alors d'affirmer que $\rho(\tau)$ est aussi une fonction caractéristique.

MÉCANIQUE GÉNÉRALE. — *Sur les lois générales du circuit de régulation et leur comparaison à celles du circuit électrique*. Note [1] de M. **Gilbert Nasse.**

Un circuit de régulation, au sens complet du mot, est formé d'un ensemble d'éléments constituant des branches et des mailles à l'image du circuit électrique.

I. Les éléments considérés peuvent se classer en deux catégories distinctes : *a*. des éléments semi-libres sur lesquels agissent des grandeurs indépendantes, ou grandeurs libres, dont les variations perturbent les grandeurs réglées et rendent nécessaires des actions de réglage; *b*. des éléments dépendants sur lesquels aucune grandeur libre n'agit. Les machines ou appareils à régler se classent dans la première catégorie; les régulateurs et les intermédiaires se classent dans la seconde.

Dans le cadre de la transformation de Laplace, les relations fondamentales de ces deux catégories d'éléments sont

$$T(\rho) = \frac{1}{P_L} T(\gamma) + [I]_L \tag{1}$$

pour les éléments semi-libres,

$$T(\sigma) = P_D T(\varepsilon) - \frac{[I]_D}{\varphi_\sigma} \tag{2}$$

pour les éléments dépendants, en désignant par $\rho$ et $\gamma$ les valeurs réduites de la grandeur d'entrée et de la grandeur de sortie d'un élément semi-libre; $\varepsilon$ et $\sigma$ les valeurs réduites de la grandeur d'entrée et de la grandeur de sortie d'un élément dépendant; $P_L$ et $P_D$ les rapports de transmission d'un élément semi-libre et d'un élément dépendant; $[I]_L$ la transformée de l'évolution de la

(4) *Théorie de l'addition des variables aléatoires*, Paris, 1937.

(1) Séance du 3 mars 1947.

grandeur libre et des conditions initiales d'un élément semi-libre; $[I]_D/\varphi_\sigma$ la transformée des conditions initiales d'un élément dépendant ramenée à la sortie de cet élément.

Chaque branche du circuit de régulation peut être considérée comme constituée par un seul élément appartenant à l'une de ces deux catégories. Les relations (1) et (2) représentent les relations fondamentales d'une branche suivant la catégorie de l'élément qui s'y trouve.

II. Les différentes branches sont réunies entre elles par des points de jonction qui jouent le rôle des sommets dans le circuit électrique. Chaque point de jonction du circuit de régulation peut être :

Soit un point de *composition* qui établit entre les $n$ grandeurs provenant des $n$ branches qui convergent en ce point, une seule relation linéaire de forme

$$\varepsilon_n = a_1\varepsilon_1 + a_2\varepsilon_2 + \ldots + a_{n-1}\varepsilon_{n-1}, \tag{3}$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ étant les $n$ grandeurs considérées.

Soit un point de *distribution* qui établit entre les $n$ grandeurs provenant des $n$ branches qui convergent en ce point $n-1$ relations linéaires de forme

$$\varepsilon_n = a_1\varepsilon_1 = a_2\varepsilon_2 = \ldots = a_{n-1}\varepsilon_{n-1}. \tag{4}$$

Le nombre des relations linéaires définies par un point de jonction est appelé *ordre* de ce point.

Les relations (3) et (4) jouent, dans le cas du circuit de régulation, le rôle de la première loi de Kirchhoff dans le cas du circuit électrique.

III. Pour qu'un assemblage d'éléments et de points de jonction constitue un circuit de régulation, il faut que le nombre total des relations définies par ces éléments et ces points de jonction soit égal au nombre total des grandeurs d'entrée et de sortie contenues dans ces éléments.

Si l'on représente par $b$ le nombre des branches du circuit, par $p$ le nombre des points de composition, par $q$ le nombre des points de distribution d'ordre $m_1 m_2 \ldots m_q$, cette condition sera satisfaite si l'on a

$$b = p + \sum_1^q m_i, \tag{5}$$

(5) représente la condition de compatibilité des éléments et points de jonction constitutifs d'un circuit de régulation. Cette condition n'existe pas dans le cas du circuit électrique.

IV. L'application des relations (1), (2), (3) et (4) aux différents éléments et points de jonction qui constituent une maille du circuit de régulation, permet d'écrire une relation entre la transformée d'une grandeur de la maille prise comme grandeur de référence, les transformées des grandeurs qui pénètrent dans la maille aux points de composition, les rapports de transmission des éléments et

les tranformées de l'évolution des grandeurs libres et des conditions initiales des éléments de la maille.

Dans le cas d'une maille composée

d'un premier élément semi-libre défini par... $T(\rho_1) = \frac{1}{P_{L_1}} T(\gamma_1) + [I]_{L_1}$,

d'un premier point de composition » » ... $T(\gamma_3) = a_1 T(\gamma_1) + a_2 T(\gamma_2)$,

d'un élément dépendant » » ... $T(\sigma_3) = P_{D_3} T(\gamma_3) - \frac{[I]_{D_3}}{\varphi_{\sigma_3}}$,

d'un point de distribution » » ... $T(\rho_4) = a_3 T(\sigma_3)$,

d'un second élément semi-libre » » ... $T(\rho_4) = \frac{1}{P_{L_4}} T(\gamma_4) + [I]_{L_4}$,

d'un second point de composition » » ... $T(\rho_1) = a_4 T(\gamma_4) + a_5 T(\gamma_5)$,

il vient, en choisissant $\gamma_1$ comme grandeur de référence

$$(6) \qquad (P_{L_1} a_4 P_{L_4} a_3 P_{D_3} a_1) T(\gamma_1) - T(\gamma_1) + (P_{L_1} a_4 P_{L_4} a_3 P_{D_3} a_2) T(\gamma_2) + P_{L_1} a_5 T(\gamma_5)$$
$$= P_{L_1}[I]_{L_1} + (P_{L_1} a_4 P_{L_4})[I]_{L_4} + (P_{L_1} a_4 P_{L_4} a_3) \frac{[I]_{D_3}}{\varphi_{\sigma_3}}.$$

Cette relation s'interprète comme suit :

*L'excès de la transformée de la grandeur de référence après circulation le long de la maille sur la transformée de cette grandeur avant circulation, augmenté des circulations partielles des transformées des grandeurs qui entrent dans la maille aux points de composition, est égal à la somme des transformées de l'évolution des grandeurs libres et des conditions initiales des éléments de la maille ramenées au point de mesure de la grandeur de référence.*

C'est la loi des mailles qui joue, dans le cas du circuit de régulation, le rôle de la seconde loi de Kirchhoff dans le cas du circuit électrique.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Contribution à l'étude des profils avec fentes d'aspiration.* Note [1] de M. **Albert Toussaint**, présentée par M. Joseph Pérès.

Un profil comportant une fente d'aspiration en S dérive d'un cercle C, de rayon $a$, comportant un puits double $-m/\pi$ en S′ antécédent de S et une source simple $+m/2\pi$ en O, centre de C. Soit $a e^{i\sigma}$ l'affixe de S′ dans le plan $\zeta$ du cercle C. Pour $O\xi$ parallèle à la vitesse $-V_0$ de l'infini amont et pour une circulation $\Gamma$, le potentiel et la vitesse complexes seront

$$(1) \qquad F(\zeta) = -V_0 \zeta - \frac{a^2 V_0}{\zeta} - \frac{i\Gamma}{2\pi} \log \zeta - \frac{m}{\pi} \log(\zeta - a e^{i\sigma}) + \frac{m}{2\pi} \log \zeta,$$

$$(2) \qquad \frac{dF}{d\zeta} = -V_0 + \frac{a^2 V_0}{\zeta^2} - \frac{i\Gamma}{2\pi\zeta} - \frac{m}{\pi(\zeta - a e^{i\sigma})} + \frac{m}{2\pi\zeta}.$$

En un point P′ d'affixe $\zeta = a e^{i\theta}$, la vitesse $V_{P'}$ sera

$$(3) \qquad \frac{V_{P'}}{V_0} = 2 \sin\theta + \frac{\Gamma}{2\pi a V_0} - \frac{m}{2\pi a V_0} \operatorname{cotg} \frac{\theta - \sigma}{2}.$$

---

(1) Séance du 3 mars 1947.

Nous poserons $\Gamma/2\pi a V_0 = \overline{\Gamma}$ et $m/2\pi a V_0 = \overline{m}$; $\overline{m}$ est relié au coefficient unitaire d'aspiration de la fente du profil, soit $C_q = Q/V_0 S = Q/V_0 l$, par la relation

$$(4) \qquad \overline{m} = \frac{2}{\pi}\,\frac{4a}{l}\,C_q = \frac{2}{\pi}(1+\eta E)\,C_q.$$

D'après (3), il existera sur le cercle C au moins deux points de vitesse nulle et plus généralement trois dont les arguments $\beta$ sont les solutions de l'équation

$$(5) \qquad \overline{\Gamma} = -2\sin\beta + \overline{m}\cot\frac{\beta+\sigma}{2}.$$

Les solutions que nous avons obteuues pour diverses valeurs de $\overline{m}$, et en particulier pour $\overline{m} = 0{,}02$, permettent l'énoncé des propriétés suivantes :

*Hypercirculation et hypocirculation dues au fonctionnement des fentes d'aspiration.* — Quand l'argument $\sigma$ du puits S′ varie de $\pi/2$ à $3\pi/2$, on obtient sur le cercle C deux points de vitesse nulle en aval, soient $B'_2$ et $B'_3$ et un point de vitesse nulle en amont, soit $B'_1$. Le point $B'_3$ est très voisin de S′. Le point $B'_2$ peut être adopté comme antécédent de la pointe des profils. La direction $B'_2O$ est ainsi le premier axe des profils. Soit $i$ l'incidence correspondante.

Pour les profils dérivés de C, la circulation de Joukoswky sera

$$\Gamma_0 = 4\pi a V_0 \sin i,$$

d'où

$$(6) \qquad \overline{\Gamma}_0 = \frac{\Gamma_0}{2\pi a V_0} = 2\sin i.$$

On constate que la circulation $\overline{\Gamma}$, avec fente d'aspiration, diffère de $\overline{\Gamma}_0$, et la différence $\Delta\overline{\Gamma} = \overline{\Gamma} - \overline{\Gamma}_0$ caractérise l'effet de la fente d'aspiration. Cette différence est maximum quand les points $B'_2$ et $B'_3$ sont confondus.

En outre, $\Delta\overline{\Gamma}$ est positif (hypercirculation) quand la fente S est située à l'extrados du profil; $\Delta\overline{\Gamma}$ est négatif (hypocirculation) quand S est à l'intrados.

Par exemple, dans le cas d'une fente à l'extrados, on a le tableau :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\sigma$ | +165° | +172° | +177° | ±180° | −177° | −165° | −150° |
| $\beta_2 = \beta_3$ | +173° | ±180° | −175° | −172° | −169° | −156° | −141° |
| $i$ | − 7° | 0° | + 5° | + 8° | + 11° | + 24° | + 39° |
| $\overline{\Gamma}_0$ | −0,243 | 0 | +0,174 | 0,278 | 0,382 | 0,813 | 1,258 |
| $\overline{\Gamma}$ | +0,043 | 0,286 | 0,460 | 0,564 | 0,668 | 1,068 | 1,505 |
| $\Delta\overline{\Gamma}$ | 0,286 | 0,286 | 0,286 | 0,286 | 0,286 | 0,255 | 0,247 |
| arc $B'_2S'$ | 8° | 8° | 8° | 8° | 8° | 9° | 9° |

On voit que, *pour les incidences usuelles*, l'hypercirculation maximum est indépendante de l'incidence et correspond à une fente d'extrados au voisinage immédiat du bord de fuite. Ainsi l'arc $B'_2S' = 8°$ pour $\overline{m} = 0{,}02$.

Pour des valeurs de $\overline{m}$ plus petites, la fente serait encore plus en arrière, car

on a sensiblement

$$\text{arc}\, B'_2 S' \cong 56,5\sqrt{\overline{m}} = 56,5\sqrt{\frac{2C_q}{\pi(1+\eta E)}}. \tag{7}$$

La valeur de $\Delta\overline{\Gamma}$ maximum varie avec $\overline{m}$ suivant la relation

$$\Delta\overline{\Gamma} \cong 2,02\sqrt{\overline{m}} = 1,61\sqrt{C_q(1+\eta E)}. \tag{8}$$

La puissance dépensée pour produire une aspiration $C_q$ étant proportionnelle à $(C_q)^3$, l'obtention d'un $\Delta\overline{\Gamma}$ donné doit être économiquement recherchée par l'emploi de deux ou plusieurs fentes fonctionnant chacune à un $C_q$ modéré. Pour une fente d'aspiration située à l'intrados au voisinage du bord de fuite, l'hypocirculation obtenue comporte des conclusions analogues. Toutefois la valeur maximum est un peu plus faible que dans le cas du $\Delta\overline{\Gamma}$ positif.

*Distribution des vitesses sur les profils avec fente d'aspiration.* — Les vitesses sur un profil avec fente sont modifiées principalement par la valeur du $\Delta\overline{\Gamma}$ est accessoirement par la présence de la fente dont les survitesses sont localisées au voisinage immédiat de la fente.

*Sustentation globale des profils avec fente d'aspiration.* — L'application des formules de Blasius, compte tenu de la présence du puits en S′, donne, pour la sustentation globale,

$$R_y = \rho V_0 \Gamma(1-\overline{m}) = \rho V_0(\Gamma_0 + \Delta\Gamma)(1-\overline{m}). \tag{9}$$

Ainsi dans le cas où $\Delta\overline{\Gamma}$ est positif, l'hypersustentation sera

$$\Delta R_y = R_y - \rho V_0 \Gamma_0 = -\overline{m}\rho V_0 \Gamma_0 + \rho V_0 \Delta\Gamma(1-\overline{m}). \tag{10}$$

Soit

$$\Delta C_y = -\overline{m}\, C_{y_0} + \pi(1+\eta E)\Delta\overline{\Gamma}(1-m) \tag{11}$$

et, en tenant compte de (4) et (8), on aura pour les incidences usuelles

$$\Delta C_y = -\frac{2C_q}{\pi(1+\eta E)} C_{y_0} + 5,1\sqrt{(1+\eta E)C_q}\left[1 - \frac{2C_q}{\pi(1+\eta E)}\right]. \tag{12}$$

Aussi pour $\overline{m} = 0,02$, soit $C_q = 0,034$ avec $1+\eta E = 1,1$, on obtient $100\,\Delta C_y = 97,5 - 0,02(100\, C_{y_0})$.

Les valeurs expérimentales s'accordent avec ces valeurs théoriques.

*Résistance globale des profils avec fente d'aspiration.* — La formule de Blasius donne

$$R_x = \rho\frac{m^2}{2\pi a} = \rho\overline{m}^2\, 2\pi a V_0^2, \tag{13}$$

$$\Delta C_x = \pi(1+\eta E)\overline{m}^2 = 1,273\frac{C_q^2}{1+\eta E}. \tag{14}$$

HYDRAULIQUE. — *Sur les changements de régime dans les canalisations. Mesures instantanées des caractéristiques.* Note [1] de M. **Louis A. Sackmann**, présentée par M. Henri Villat.

A. Position du problème. — Les changements de régime d'écoulement comptent parmi les phénomènes les plus typiques de la Mécanique des fluides expérimentale, tant par l'observation qualitative de leur transition, que par l'étude quantitative de leurs discontinuités. Ils intéressent et illustrent les deux grands chapitres de la *Résistance à l'avancement des obstacles*, et de l'*Écoulement des fluides dans les canalisations*.

Ces phénomènes présentent le caractère commun du passage réversible, et alterné, des états laminaire et turbulent de la couche limite: ils se produisent au voisinage d'un nombre de Reynolds critique $R_c$, qui sépare les deux domaines de stabilité des régimes subissant le passage; pour cette valeur critique, les deux régimes alternants sont également probables et se succèdent avec un rythme imprévisible; lorsque le nombre de Reynolds s'écarte de cette frontière, par valeurs croissantes ou décroissantes, la prédominance de l'un ou de l'autre des deux régimes possibles va en augmentant, jusqu'à l'établissement d'un régime unique, définitivement stable aux nombres de Reynolds, supérieur ou inférieur.

Corrélativement, ces changements de régime (obstacles ou canalisations) provoquent une modification progressive des caractéristiques quantitatives (coefficients de résistance à l'avancement ou de perte de charge).

Dans la pratique courante, la détermination de ces coefficients (basée, selon le cas, sur des équilibres de forces ou des mesures de débit-pression) s'étend sur des durées finies, généralement très longues par rapport aux durées d'existence des régimes composants. On aboutit ainsi à la définition de *coefficients moyens en fonction d'un nombre de Reynolds lui-même moyen*, ce qui se traduit graphiquement par l'obtention d'un *raccord* d'apparence continue, entre les branches extrêmes des régimes définitifs, mais dont les écarts révèlent, néanmoins, la présence d'une transition.

Si cette façon d'étudier et d'interpréter les phénomènes est parfaitement compatible avec les besoins habituels des applications techniques, se basant au premier chef, sur les données du *phénomène moyen*, elle constitue pourtant un *nivellement* du *phénomène réel*, dont on supprime les *pointes* résultant des passages successifs. Notons en passant que les instruments de mesure nécessitent souvent un amortissement puissant (balances, manomètres etc.).

De là, nous concluons que, seules les *mesures instantanées* nous four-

---

[1] Séance du 10 mars 1947.

niront des renseignements précis sur la nature réelle du phénomène qui, dans le cas de la résistance à l'avancement, se complique par la naissance de vibrations.

B. Rappel des résultats sur la résistance a l'avancement. — Nous avons en effet étudié antérieurement un cas particulier des changements de régime sur les obstacles [2], en examinant une maquette d'aile au voisinage de l'angle de perte de vitesse, où le régime aérodynamique subit manifestement de profonds changements : les pesées moyennes habituelles, fournissant une branche unique et descendante de la polaire classique, étaient remplacées par des mesures instantanées, réalisées avec une balance spéciale.

*L'étude sélective portant sur les deux régimes participants montrait alors, pour ce domaine, que la polaire se dédouble suivant deux branches distinctes, ordinaire et extraordinaire, avec des probabilités d'existence complémentaires, donnant une représentation fidèle et complète du phénomène réel.*

C. Principe des mesures instantanées dans les canalisations. — Aussi, avons-nous pensé soumettre l'écoulement dans les canalisations à une étude semblable, en cherchant parmi les méthodes de mesure qui interviennent, celles qui sont susceptibles de donner des indications instantanées précises : pour analyser fidèlement le phénomène du changement de régime; pour en déduire les valeurs des caractéristiques effectives du moment.

L'objet d'une telle étude est, en effet, double :

1° *Étude sélective du changement de régime*, par la détermination des caractéristiques extrêmes de perte de charge, au cours de la transition;

2° *Étude statistique générale du phénomène*, par l'enregistrement, en fonction du temps, des variables vitesse et pression.

Les expériences sont faites avec de l'eau de ville.

Nos mesures de vitesse instantanée sont ramenées à celles de la portée horizontale du jet libre parabolique s'échappant de la canalisation d'étude, ce qui permet indifféremment, soit la mesure isolée, soit l'enregistrement.

Quant aux coefficients de perte de charge, nous les calculons à partir de la perte de charge totale, maintenue constante pour chaque expérience, mais nécessitant la correction de force vive, facile à évaluer pour chaque cas.

Enfin, la variable de similitude étant le nombre de Reynolds construit sur la vitesse de débit, on déduira sa valeur moyenne du débit d'écoulement, tandis qu'on fixera sa valeur instantanée d'après la vitesse du moment.

D. Dispositif expérimental. — L'appareil est dérivé de celui de

---

[2] *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1019.

Reynolds, avec réservoir d'alimentation continue et charge motrice réglable par trop-plein; la canalisation est constituée par un tube de verre horizontal.

La portée du jet est lue grâce à un quadrillage, centré optiquement sur l'orifice de sortie du tube d'écoulement. Ce mode opératoire, très simple, a été contrôlé en s'adressant à un régime nettement établi, à l'extérieur de la transition : ainsi, en régime turbulent, les vitesses déduites des mesures instantanées (portée du jet) diffèrent de moins de 1 % de celles tirées des mesures moyennes (débit); en régime laminaire ralenti, nous avons rencontré quelques difficultés dues aux actions capillaires des jets liquides.

E. Résultats et conclusions. — Les premières mesures instantanées, faites selon le processus décrit, nous ont montré le résultat suivant :

*Pour un débit donné en régime transitoire, les alternances du jet libre, irrégulières en durée, mais constantes en portée, définissent deux vitesses instantanées extrêmes, et conduisent donc à un dédoublement du point représentatif moyen de la perte de charge tirée du débit d'écoulement.*

Dans une prochaine publication, nous rapporterons les résultats détaillés de cette scission par l'étude sélective complète de la transition.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Un aspect des difficultés du formalisme des particules de spin supérieur à 1/2.* Note (1) de M. **Edmond Arnous.**

Je voudrais attirer l'attention sur une formule très générale, probablement nouvelle, que j'ai établie dans ma Thèse (2), et utiliser cette formule pour mettre en lumière un aspect des difficultés qui surgissent lorsqu'on veut former, pour les particules de spin supérieur à 1/2, des densités de valeur moyenne ayant les variances relativistes voulues.

Considérons un système mécanique dans l'état $\psi$ et une observable dont la loi de probabilité, pour cet état, est une loi absolument continue. Si A désigne l'opérateur self-adjoint attaché à cette observable et $\delta(A)$ l'opérateur

$$\delta(A) = \lim_{N \to \infty} \frac{\sin 2\pi N A}{\pi A}$$

(qui généralise la fonction de Dirac), alors la densité de répartition $\rho_A(x)$ de la loi de A est donnée par le produit scalaire

$$\rho_A(x) = [\psi, \delta(A - x)\psi].$$

Cette formule me paraît intéressante parce qu'elle met en évidence la

(1) Séance du 10 février 1947.

(2) *Thèse de doctorat*, Paris, C. D. U., 1946, formule (48), p. 49, et *Comptes rendus*, **228**, 1944, p. 108.

fonction $\delta$ qui est responsable en grande partie, comme on sait, des difficultés du formalisme des particules de spin supérieur à 1/2. Elle nous donne ainsi l'espoir de faire disparaître une partie de ces difficultés en modifiant légèrement la fonction $\delta$ pour lui donner une forme plus étalée qui reflète mieux le caractère étendu ou complexe de la particule ([3]). Nous pourrions même en profiter, semble-t-il, pour introduire dans $\delta$ certains termes matriciels qui permettraient de donner à la probabilité de présence la variance relativiste que l'on obtient en écrivant, par exemple, pour les particules de spin 1, avec M. Louis de Broglie

$$\rho(x) = \sum_{k,l} \overline{\Psi}_{k,l} \frac{a_4^{(1)} + a_4^{(2)}}{2} \Psi_{k,l}.$$

où $a_4^{(1)}$ et $a_4^{(2)}$ sont les matrices bien connues. Malheureusement cet espoir semble devoir être abandonné et voici pourquoi.

Pour simplifier, raisonnons sur la densité de probabilité de présence $\rho(x)$. Nous pouvons l'écrire, $\sigma$ étant une grandeur positive

$$\rho(x) = \lim_{\sigma \to 0} \int \overline{\Psi(q)} \frac{\sin \frac{2\pi}{\sigma}(q-x)}{\pi(q-x)} \Psi(q)\, dq.$$

Remplaçons maintenant $\delta(x)$ par la densité de la loi de Gauss

$$\rho(x) = \lim_{\sigma \to 0} \int \overline{\Psi(q)} \frac{\exp -\frac{1}{2}\left(\frac{q-x}{\sigma}\right)^2}{\sqrt{2\pi}\sigma} \Psi(q)\, dq,$$

et plaçons-nous dans le cas d'une particule obtenue par fusion de $n$ corpuscules de spin 1/2. Si nous voulons que $\rho(x)$ puisse être considéré comme la composante de temps d'un quadrivecteur densité-flux de probabilité, *il importe peu évidemment que nous fassions tendre $\sigma$ vers zéro ou vers une valeur $\sigma_0 \neq 0$* qui jouerait le rôle de rayon de la particule. Si nous voulons que $\rho(x)$ ait la variance voulue, il suffit par contre de remplacer $\sigma$ par la matrice de composantes

$$\theta_1 = \sigma_1 a_4^{(2)} \ldots a_4^{(n)}, \qquad \theta_2 = a_4^{(1)} \sigma_2 a_4^{(3)} \ldots a_4^{(n)}, \qquad \ldots, \qquad \theta_n = a_4^{(1)} \ldots a_4^{(n-1)} \sigma_n.$$

En effet, les relations évidentes

$$(\theta_p)^2 = \sigma_p^2 \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{a_4^{(p)}} = a_4^{(p)}$$

nous permettent d'écrire $\rho$ sous la forme

$$\rho(x) = \sum_p \lim_{\sigma_p \to 0} \int \sum_{k,l\ldots} \overline{\Psi_{k,l\ldots}(q)} \frac{l}{n} \frac{\exp -\frac{1}{2}\left(\frac{q-x}{\theta_p}\right)^2}{\sqrt{2\pi}\theta_p} \Psi_{k,l\ldots}(q)\, dq,$$

([3]) Ceci revient, si l'on veut, à remplacer les familles spectrales $E_x$ de Neumann par des familles plus générales, et vraisemblablement, la logique à trois valeurs par une logique plus générale encore.

qui a, comme on sait, la variance voulue, mais qui n'est pas définie positive. L'origine des termes négatifs saute maintenant aux yeux. Ils proviennent de la nécessité de représenter le *rayon* de la particule, non point par un scalaire $\sigma$ ou par $n$ scalaires $\sigma_p$ positifs, mais par une grandeur de composantes $\theta_1, \ldots, \theta_n$.

Est-il possible d'éviter cette difficulté? En tous cas, on ne voit pas bien comment, car elle ne paraît pas dépendre de la fonction par laquelle on remplace $\delta$. Elle subsiste, par exemple, si l'on remplace $\delta$ par le *doublet* $\delta'(q-x)$, ou la loi de Gauss par la loi à deux bosses

$$\frac{(q-x)^2}{\sqrt{2\pi\sigma^3}} \exp - \frac{(q-x)^2}{2\sigma^2}.$$

Il semble donc impossible de former des densités de valeurs moyennes tout à fait satisfaisantes et ayant les variances voulues, si l'on conserve aux équations d'évolution leur forme habituelle.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Intégrale du premier ordre.*
Note (1) de M. **Robert Faure.**

Dans cette Note, nous nous proposons de préciser la correspondance entre la mécanique classique et la mécanique ondulatoire, au point de vue des intégrales premières du premier ordre.

Nous avons effectué l'étude de cette correspondance pour un système mécanique dont l'Hamiltonien classique est de la forme

$$H = \frac{1}{2}\sum A_i p_i^2 + u,$$

admettant une intégrale première classique F indépendante du temps

$$F = \sum_i Q_i p_i,$$

$A_i$, $h_i$, $u$ étant des fonctions de l'ensemble des coordonnées du système, F satisfaisant à l'équation aux dérivées partielles

(1) $$\sum_i \left( \frac{\partial F}{\partial p_i} \frac{\partial H}{\partial q_i} - \frac{\partial F}{\partial q_i} \frac{\partial H}{\partial p_i} \right) = 0.$$

On obtient en mécanique classique les relations

(I) $$\sum h_i \frac{\partial u}{\partial q_i} = 0,$$

(II) $$\frac{1}{2}\sum_i h_i \frac{\partial A k}{\partial q_i} - A_k \frac{\partial h_k}{\partial q_k} = 0,$$

(III) $$A_i \frac{\partial h_k}{\partial q_i} + A_k \frac{\partial h_i}{\partial q_k} = 0.$$

(1) Séance du 3 mars 1947.

Nous avons pu démontrer qu'au système correspondant en mécanique quantique pour lequel

$$H = -\frac{h^2}{8\pi^2}\sum A_i \frac{\partial^2}{\partial q_i^2} + A_i \frac{\partial}{\partial q_i} \log\sqrt{g}\, A_i + u,$$

on peut associer une intégrale première au sens de la mécanique ondulatoire de la forme

$$A = -\frac{h}{2\pi i}\sum h_i \frac{\partial}{\partial q_i}.$$

La condition

$$(2) \qquad AH - HA = 0$$

fournit en effet les équations (I), (II), (III), ainsi que les conditions supplémentaires

$$(\text{IV}) \qquad \sum_i h_i \frac{\partial}{\partial q_i}\left(A_k \frac{\partial}{\partial q_k} \operatorname{Log} A_k\sqrt{g}\right) - \sum A_i \frac{\partial^2 h_k}{\partial q_i^2} + A_i \frac{\partial}{\partial q_i} \operatorname{Log} A_i\sqrt{g}\, \frac{\partial h_k}{\partial q_i} = 0,$$

$g$ étant le déterminant de la forme quadratique

$$ds^2 = \sum a_i\, dq_i^2\, 2 = 2\mathrm{T}\, dt^2,$$

nous avons pu montrer que les équations (II), (III) étaient compatibles avec (IV), par suite que l'équation (2) est compatible avec (1) quel que soit $h$.

Il y a lieu de noter qu'en mécanique classique une intégrale première linéaire correspond toujours à un déplacement virtuel du système et que l'on voit ainsi apparaître en mécanique quantique l'intérêt de ces déplacements pour l'étude du système.

La correspondance étudiée dans un cas particulier du $ds^2$ de l'espace de Riemann associé se généralise aisément au cas où l'Hamiltonien provient d'une force vive classique quelconque

$$2\mathrm{T} = \sum a_{ik} q'_i\, q'_k.$$

*A l'intégrale classique de la forme* F *correspond une intégrale quantique* A *et réciproquement.*

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Signification possible de la limitation à 4 du nombre des composantes de la fonction d'onde de Dirac.* Note [1] de M. **Georges Bodiou.**

I. *Énoncé statistique de la condition d'anticommutation.* — On a démontré qu'elle s'écrit $\left[\beta\vec{A}_i, \vec{A}_k\right] = 0$ (pour $i$ et $k$ de même signe) ou que si

$$\Psi = \sum_i (xi\,|\,\cdot)\,\vec{A}_i,$$

[1] Séance du 3 mars 1947.

avec tous les $\vec{A}_i$ de même signe il faut et il suffit qu'on ait

$$\left[\beta\vec{\Psi}, \vec{\Psi}\right] = 0 \quad \text{quels que soient les } (xi|).$$

Or un tel état $\vec{\Psi}$ est caractérisé par la propriété :

$$\left[\alpha\vec{\Psi}, \vec{\Psi}\right] = \pm\rho(x) \quad \text{(densité de probabilité de présence)}.$$

car pour tout autre état on trouve

$$-\rho_{(x)} < \left[\alpha\vec{\Psi}, \vec{\Psi}\right] < \rho_{(x)},$$

d'où l'énoncé : pour que deux opérateurs anticommutent il faut et il suffit que la densité de moyenne de l'un soit nulle dans tout état où la densité de moyenne de l'autre est maximum en valeur absolue; ou dans tout état propre pour l'autre.

II. *Cas des opérateurs* $\alpha_1$, $\alpha_2$, $\alpha_3$ *de Dirac.* — On sait que (relations de Breit)

$$\dot{x} = c\alpha_1, \qquad \dot{y} = c\alpha_2, \qquad \dot{z} = c\alpha_3,$$

les composantes de la vitesse quantique $\dot{x}$, $\dot{y}$, et $\dot{z}$ sont donc trois opérateurs anticommutants dont les valeurs propres sont $\pm c$.

La condition d'anticommutation apparaît alors comme la forme quantique de l'un des postulats fondamentaux de la relativité restreinte, à savoir que toute vitesse de corpuscule est bornée par la vitesse de la lumière; cet énoncé quantique serait :

Les composantes de la vitesse sont bornées (en valeur absolue) par la vitesse $c$ de la lumière, et si l'une d'elles atteint cette valeur dans un certain état, les autres sont nulles en moyenne dans cet état.

III. *Signification de la limitation à 4 des composantes de la fonction d'onde.* — L'évolution des composantes $\Psi_k$ de la fonction d'onde est déterminée d'après Dirac par les équations

$$\text{(D)} \qquad \frac{h}{2\pi i}\frac{\partial\Psi_k}{\partial t} + (\dot{x}p_1 + \dot{y}p_2 + \dot{z}p_3 + \alpha_4 mc^2)\Psi_k = 0,$$

($\alpha_4$ étant un quatrième opérateur anticommutant avec les précédents).

Postulons alors que la seule condition à laquelle soient astreintes les composantes $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ pour pouvoir être introduites dans ces équations, qui permettent de calculer la variation infinitésimale de la fonction d'onde, est celle d'anticommutation. Autrement dit nous voulons, en dehors de la condition d'anticommutation, imposée par sa signification physique, laisser la plus grande indétermination possible aux composantes de la vitesse, comme il est aussi physiquement normal.

Alors il suit des calculs résumés dans la Note précédente que cette exigence ne peut être satisfaite que si la fonction d'onde a seulement quatre composantes; avec un nombre supérieur l'introduction du quatrième opérateur $\alpha_4$ ne

pourrait se faire qu'en imposant aux $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ des conditions distinctes de celle énoncée plus haut.

IV. Cela suppose que l'on ne choisit pas l'interprétation spinorielle qui considère que les $\alpha_i$ sont des *matrices fixes*, à savoir celles qui sont liées aux vecteurs du système coordonné dans le 4-pode orthonormal local (Cartan, *Leçons sur les spineurs*, I, p. 55, et II, p. 60).

Cette interprétation fait entrer les $\psi_k$ dans l'espace ordinaire en tant que spineurs et supprime l'autonomie de l'espace des probabilités complexes (ou espace des phases).

Elle suppose d'ailleurs que l'on attribue aux relations d'anticommutation, non une origine stochastique, mais une origine géométrique, comme le montrent les essais d'extension à un espace de Riemann (pour les $\gamma$ de Neuman) sous la forme $\gamma_i\gamma_j + \gamma_j\gamma_i = 2g_{ij}$ qui n'est autre chose que la forme symétrique quantique des relations géométriques classiques $\vec{\gamma}_i . \vec{\gamma}_j = g_{ij}$. Cette interprétation n'est donc pas essentiellement probabiliste.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Définition d'un repère privilégié en mécanique ondulatoire.* Note de M^lle^ **Jeannine Viard**.

1. Étant donné un anneau $\mathcal{A}$ et une variable X sur un sous-ensemble $\mathcal{E}$ de cet anneau, on considère une fonction abstraite F(X) qui, à toute valeur de X appartenant à $\mathcal{E}$, fait correspondre un élément $Y = F(X)$ d'un sous-ensemble $\mathcal{F}$ de l'anneau $\mathcal{A}$. La fonction F sera dite *différentiable* par rapport à la variable $\delta X$ si au triple $(X, \delta X, F)$ formé par une variable X, une variable $\delta X$ définie sur un sous-ensemble $\mathcal{G}$ de $\mathcal{A}$ appelée *variation de* X et la fonction abstraite F, on peut faire correspondre univoquement une fonction abstraite $\delta F$ définie sur un sous-ensemble $\mathcal{H}$ de $\mathcal{A}$ et jouissant des propriétés suivantes :

1° si $F(X) = G(X)$ alors $\delta F = \delta G$;

2° si $F(X) = X$ alors $\delta F = \delta X$;

3° si $F(X) = G(X) + F(X)$ alors $\delta F = \delta G + \delta H$;

4° si $F(X) = G(X).H(X)$ alors $\delta F = G(X).\delta H + \delta G.H(X)$;

5° si $F(X) = K$ (K élément constant de $\mathcal{A}$) alors $\delta F = 0$;

6° si $G = G(Y)$ et $Y = F(X)$ alors $\delta_X G = \delta_Y G$, c'est-à-dire que la différentielle de G considérée comme fonction de Y est égale à la différentielle de G considérée comme fonction de X. La fonction abstraite $\delta F$ ainsi définie est appelée *variation de* F.

Une fonction F(X) sera dite *stationnaire* pour $X = X_0$ si pour cette valeur de la variable la variation $\delta F$ est nulle lorsque $\delta X$ parcourt l'ensemble $\mathcal{G}$.

Plus généralement une fonction abstraite F fonction de $n$ variables $X_1, \ldots, X_n$ sera dite *stationnaire* lorsque, pour un système de valeurs $X_1^0, \ldots, X_n^0$ des variables, la variation $\delta F$ est nulle, les variations $\delta X_1, \ldots, \delta X_n$ prenant toutes les valeurs possibles.

2. On constate que par suite des non-commutations une fonction abstraite quelconque F ne pourra pas être rendue stationnaire au sens où nous venons de le définir. Considérons une fonction F de la forme

$$F = A_d X_d X_g A_g + B_d X_g + X_d B_g + C;$$

on lui fait correspondre sa variation qui, d'après ce qui précède, s'écrit

$$\delta F = A_d X_d \, \delta X_g A_g + A_d \, \delta X_d X_g A_g + B_d \, \delta X_g + \delta X_d B_g,$$

ce qu'on peut écrire

$$\delta F = (A_d X_d A_g + B_d) \, \delta X_g + \delta X_d (A_d X_g A_g + B_g) + \delta K,$$

le terme $\delta K$ représentant les termes venant des non-commutations de $\delta X_g$ et $\delta X_d$ avec $A_g$ et $A_d$.

On appelle *pseudo-variation* de la fonction F la quantité

$$\delta_r F = \delta F - \delta K.$$

La fonction F est alors dite *pseudo-stationnaire* pour les systèmes de valeurs $X_d^0$, $X_g^0$ qui annulent sa pseudo-variation, $\delta X_d$ et $\delta X_g$ parcourant l'ensemble de toutes les valeurs possibles.

3. Si l'on considère la force vive relative d'un système évaluée par rapport à un repère non-commutatif non-holonome T en mouvement quantique par rapport au repère fondamental, cette force vive relative se présente comme une fonction des $p_d$, $q_d$, $r_d$, $p_g$, $q_g$, $r_g$ composantes des rotations droite et gauche (¹) de la forme envisagée ci-dessus. On cherche à déterminer un repère privilégié qui rende pseudo-stationnaire la force vive relative.

Si l'on se limite au cas des axes orthonormés, la condition pour que la force vive relative soit pseudo-stationnaire s'écrit

$$\begin{aligned}
\Sigma m_i(y'_{d,i} z_{g,i} - z'_{d,i} y_{g,i}) &= \Sigma m_i(z_{d,i} y'_{g,i} - y_{d,i} z'_{g,i}) = 0,\\
\Sigma m_i(z'_{d,i} x_{g,i} - x'_{d,i} z_{g,i}) &= \Sigma m_i(x_{d,i} z'_{g,i} - z_{d,i} x'_{g,i}) = 0,\\
\Sigma m_i(x'_{d,i} y_{g,i} - y'_{d,i} x_{g,i}) &= \Sigma m_i(y_{d,i} x'_{g,i} - x_{d,i} y'_{g,i}) = 0.
\end{aligned}$$

Ces six conditions expriment que les composantes sur les axes mobiles des moments cinétiques relatifs droit et gauche (¹) sont nulles.

Par des combinaisons linéaires convenables, ces conditions se transforment en les suivantes exprimées en fonction des quantités relatives aux axes fixes

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned}
&\Sigma m_i(Y_i^2 + Z_i^2) P_g - \Sigma m_i X_i Y_i Q_g - \Sigma m_i X_i Z_i R_g = \Sigma m_i (Y'_i Z_i - Z'_i Y_i) + K_x,\\
&P_d \Sigma m_i(Y_i^2 + Z_i^2) - Q_d \Sigma m_i X_i Y_i - R_d \Sigma m_i X_i Z_i = \Sigma m_i (Y_i Z' - Z_i Y') + L_x,
\end{aligned} \right.$$

et les quatre équations analogues obtenues par permutation circulaire. Les quantités $K_x$ et $L_x$ désignent ici des termes purement quantiques.

(¹) M. Cazin et J. Viard, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 452.

Les équations (1) ne peuvent pas être résolues rigoureusement par suite de la présence des termes $K_x$ et $L_x$. On emploie alors une méthode d'approximations successives. On appelle *solide principal d'approximation zéro* le repère défini (lorsqu'il existe) par les équations (1) dans lesquelles on a fait $L_x = K_x \equiv 0$. On reporte alors les solutions obtenues dans les équations exactes, et ainsi de suite.

ASTROPHYSIQUE. — *Le spectre de Nova* T Coronæ Borealis *en février* 1947. Note (1) de Mlle **Marie Bloch**, présentée par M. Bernard Lyot.

Les observations de Nova T *Coronæ Borealis*, interrompues en septembre 1946, en raison de la proximité du Soleil, ont été reprises en février 1947, à l'Observatoire de Haute Provence. L'étoile étant environ de 10e magnitude, son spectre n'a encore pu être photographié que dans la région 3800-5100 Å, sur plaques Guilleminot *Superfulgur*, avec le spectrographe à un prisme monté sur le télescope de 120cm d'ouverture.

L'aspect général rappelle celui qui a été observé à la fin d'avril 1946, lors du premier minimum (2).

Le spectre continu, assez intense, est profondément entamé par les bandes d'absorption dégradées vers le rouge de l'oxyde de titane et par de très nombreuses raies métalliques. Les bandes 1-0, 2-0 et 3-1 du système $C^3\Pi - X^3\Pi$, dont les arêtes sont respectivement à 4955, 4761 et 5804 Å, sont les plus apparentes de TiO. Parmi les plus fortes raies métalliques, on peut citer 3950 Å (Fe I), 4110 Å (Fe I), 4226 Å (Ca I), 4250 Å (Fe I), 4254 Å (Cr I), 4307 Å (Ca I, Fe I, Ti II), 4326 Å (Fe I), 4404 Å (Fe I, Ti II).

A ce spectre très caractéristique d'une étoile d'un type M avancé, se superposent un grand nombre de raies d'émission. Les plus intenses sont celles de l'hydrogène, de He II (avec 4686 Å très brillante) et de N III (4640 Å, très forte, et 4097 Å sont les seules présentes, en accord avec le mécanisme de sélection de Bowen). Viennent ensuite la raie 4363 Å de [O III], le doublet 3868-3968 Å de [Ne III], le doublet de [S II] (4068 Å plus intense que 4075 Å), les raies de He I (4713, 4472, 4026 Å), C II 4267 Å, N II 3995 Å et Ca II 3933 Å.

Les raies permises et interdites de Fe II sont nombreuses, mais bien moins fortes que dans les spectres antérieurs. La superposition d'un spectre d'absorption complexe au spectre d'émission rend difficile l'identification des raies les plus faibles.

Il convient de signaler particulièrement le cas des raies de [O III]. La raie aurorale $^1D - {}^1S$, à 4363 Å, est, comme on l'a déjà vu, la plus forte des raies

(1) Séance du 10 mars 1947.

(2) M. Bloch, J. Dufay, Ch. Fehrenbach et Tcheng Mao-Lin, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 134; *Annales d'Astrophysique* (sous presse).

interdites dans tout le domaine spectral étudié. On observe aussi, avec une intensité moindre, mais encore notable, la raie nébulaire $^3P_2 - {}^1D$, à 5007 Å, dans une région où la sensibilité des plaques employées est déjà plus faible. Mais, comme sur tous les clichés pris depuis l'apparition de la raie 5007 Å (mars 1946), la seconde raie nébulaire $^3P_1 - {}^1D$, à 4959 Å, reste pratiquement invisible (²). Or, les transitions $^3P_1 - {}^1D$ et $^3P_2 - {}^1D$ admettant le même niveau supérieur, le rapport des intensités des deux raies doit toujours être égal au rapport des probabilités de transition, soit 0,35 (³). Le comportement anormal des deux raies nébulaires ne peut guère s'expliquer que par un phénomène d'absorption dû aux bandes de l'oxyde de titane.

La raie 4959 Å est en effet distante de 4 Å seulement de l'arête de la plus forte bande de TiO (1-0 à 4955 Å), tandis que la raie 5007 Å est à 8 Å de l'arête de la bande 2-0, qui est bien plus faible (intensités 6 et 3 d'après Fowler (⁴)).

On pense généralement que Nova T *Coronæ* est un système double, dont une composante serait une géante rouge, avec les bandes et les raies d'absorption habituelles; l'autre, la Nova proprement dite, avec les nombreuses raies d'émission. Dans cette hypothèse, il faudrait admettre que la seconde étoile est occultée en permanence depuis un an par l'atmosphère de la géante rouge. L'hypothèse d'une étoile unique conduirait à une interprétation encore plus étrange, puisqu'il faudrait alors admettre que l'émission des raies interdites de O III se produit dans une couche plus profonde que l'absorption par les molécules de l'oxyde de titane.

PHYSICO-LOGIQUE. — *Adéquation et développement dialectique des théories physiques*. Note (¹) de Mme **Paulette Destouches-Février**.

1. Dans une Note récente (²) nous avons défini l'adéquation d'une proposition par rapport à un champ expérimental, ainsi qu'un calcul d'adéquation A; d'un théorème énoncé dans cette Note, il résulte que *des théories physiques peuvent toujours être unifiées en une théorie au moins aussi adéquate que les théories à unifier et qui est construite sur un calcul des propositions au moins aussi fort que le calcul d'adéquation* A. A cette limite d'affaiblissement du calcul des propositions dans l'unification correspond une limite à l'affaiblissement des structures formelles étudié par M. Cazin (³).

2. L'adéquation et l'inadéquation peuvent être considérées comme des

(³) S. Pasternack, *Astrophysical Journal*, 92, 1940, p. 129.
(⁴) *Proceedings Royal Society*, A, 79, 1907, p. 509.

(¹) Séance du 10 mars 1947.
(²) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 545.
(³) *Comptes rendus*, 224, 1947, pp. 541 et 543.

modalités **A** et $\urcorner$ affectant les propositions; il convient de poser :

$$p \rightarrow_a q =_d \mathbf{A}p \rightarrow \mathbf{A}q\,; \quad p \vee_a q =_d \mathbf{A}p \vee \mathbf{A}q\,; \quad p \,\&\, _a q =_d \mathbf{A}p \,\&\, \mathbf{A}q$$
$$\mathbf{A}(p \rightarrow q) . \rightarrow . \mathbf{A}p \rightarrow \mathbf{A}q\,; \quad \mathbf{A}p \rightarrow \mathbf{A}q . \rightarrow . p \rightarrow q\,; \quad \mathbf{A}p \rightarrow \mathbf{A}^2 p\,; \quad \urcorner p \rightarrow \mathbf{A} \urcorner p.$$

Si le calcul des propositions considéré est le calcul classique $L_0$, la modalité $\urcorner$ ne peut être réduite à $\sim \mathbf{A}$; si $\urcorner =_d \sim \mathbf{A}$, alors le calcul des propositions qu'on affecte de modalités est nécessairement plus faible que $L_0$ et que le calcul intuitioniste. Le calcul de Johansson (4) n'est pas représentable en termes de modalités aristotéliciennes à réduction partielle : **A** (nécessité) et $\urcorner$ (contingence $\sim$**A**); pour le représenter, il faut deux modalités indépendantes, sans lien par la négation $\sim$.

3. Soit un ensemble fini de résultats de mesures $C_0$; à $C_0$ on peut associer l'ensemble C des propositions déduites de celles de $C_0$ en appliquant les règles du calcul des propositions $L_A$ isomorphe au calcul d'adéquation A. Désignons par **N**E l'ensemble des négations des propositions d'un ensemble E; considérons $C \cup \mathbf{N}C$ et une théorie physique consistante Th; dans une telle théorie il y a des propositions qui se déduisent des postulats P, et des propositions qui se déduisent de P et d'hypothèses complémentaires consistantes permettant de fixer des éléments demeurés indéterminés (conditions initiales par exemple).

Soient $E_{c,C}$ l'ensemble des propositions de $C \cup \mathbf{N}C$ conséquences de P, et $E_{h,C}$ l'ensemble de celles conséquences de P et de certaines hypothèses complémentaires *h*. Les propositions de $E_{c,C} \cap C$ sont *adéquates*, celles de $E_{c,C} \cap \mathbf{N}C$ seront dites *inadéquates du premier genre*, celles de $\mathbf{N}E_{c,C} \cap C$ *inadéquates du second genre* dans le cas où la règle de double négation n'est pas valable. En vertu des règles de conversion, *un désaccord entre une conséquence de* P (*ou de* P *et h*) *et une conséquence de* C *se ramène à une inadéquation du premier genre*, ce qui évite de faire intervenir les conséquences de propositions de C pour repérer une inadéquation. Les propositions de $E_{h,C} \cap C$ sont *adéquates relativement à h*, celles de $E_{h,C} \cap \mathbf{N}C$ sont *inadéquates du premier genre relativement à h*, celles de $\mathbf{N}E_{h,C} \cap C$ *inadéquates du second genre relativement à h*; si ces deux derniers ensembles sont vides, l'hypothèse *h* est dite *adéquate*; *h* est *inadéquate* si $E_{h,C} \cap C$ est vide, *partiellement* adéquate si aucun des trois ensembles n'est vide. Soit $E_{ha,C}$, $E_{hi,C}$, $E_{hp,C}$ la réunion des $E_{h,C}$ pour chacun de ces trois cas; dans l'ensemble $C \cup \mathbf{N}C$, on peut alors distinguer les 13 sous-ensembles suivants : $E_{c,C} \cap C$, $E_{c,C} \cap \mathbf{N}C$, $\mathbf{N}E_{c,C} \cap C$, $\mathbf{N}E_{c,C} \cap \mathbf{N}C$, $E_{ha,C}$, $\mathbf{N}E_{ha,C}$, $E_{hi,C}$, $\mathbf{N}E_{hi,C}$, $E_{hp,C} \cap C$, $E_{hp,C} \cap \mathbf{N}C$, $(\mathbf{N}E_{hp,C} - E_{hp,C}) \cap C$, $(\mathbf{N}E_{hp,C} - E_{hp,C}) \cap \mathbf{N}C$, $E_{r,C}$ reste de $C \cup \mathbf{N}C$, une fois retranchés les autres ensembles.

4. Si $E_{c,C} \subseteq C$ et si $E_{hp,C}$ et $E_r$ sont vides, la théorie Th est *parfaitement* adé-

(4) *Compositio mathematica*, 4, 1936, pp. 119 à 136; Robert Feys, *Revue néoscolastique*, Louvain, 40, 1937, pp. 517 et 553.

quate sur C; elle est *adéquate sur* C si $E_r$ est non vide, les deux autres conditions subsistant; si $E_{c,C} \subseteq C$ et $E_{ph,C}$ non vide, la théorie est *gauchement adéquate sur* C; si $(E_{c,C} \cap NC) \cup (NE_{c,C} \cap C)$ non vide, la théorie est *inadéquate sur* C. Dans ces deux derniers cas on cherchera à modifier Th pour éliminer les inadéquations et réduire $E_{r,C}$. Pour réduire $E_{r,C}$ on peut modifier Th en adjoignant à ses postulats P, des énoncés de $C_0 \cap E_{r,C}$ (avec indépendance), mais on peut faire naître ainsi des inadéquations si Th a une logique L plus forte que $L_\Lambda$. Pour éliminer les inadéquations, on peut modifier Th par affaiblissement, soit des postulats, soit de L. On peut ainsi rendre vide $E_{hp,C}$ et $(E_{c,C} \cap NC) \cup (NE_{c,C} \cap C)$, mais dans cette réduction $E_{c,C} \cap C$ et $E_{ha,C}$ sont réduits en général, tandis que $E_{r,C}$ augmente. Au point de vue purement rationnel, il serait préférable d'éviter toute inadéquation, mais le but pragmatique du physicien consiste à couvrir le plus grand champ expérimental possible, quitte à introduire des inadéquations, pour guider de nouvelles expériences. On peut concilier ces exigences : par les deux procédés indiqués, on réduit Th au mieux afin d'éviter toute inadéquation; soit Th′ ainsi obtenue. Dans $E'_{r,C} \cap C$ on prend un ensemble fini de propositions $p_1, \ldots, p_n$ pour postulats, avec $L_\Lambda$ comme logique, d'où une théorie $Th_\alpha$ sans inadéquation, dite *antithétique* de Th, et *empirique*. Certains des $p_i$ de $Th_\alpha$ peuvent parfois être considérés comme valeurs $p(x_i)$ d'une fonction propositionnelle $p(x)$ qui, prise comme postulat, fournit une théorie $Th_\beta$ sans inadéquation sur C, obtenue ainsi par *induction* à partir de $Th_\alpha$. Il est quelquefois possible de généraliser les postulats de $Th_\beta$ ou de renforcer les règles de déduction sans introduire d'inadéquation sur $E'_{r,C} \cap C$ ou même sur C. Soit $Th_\gamma$ une théorie ainsi obtenue et sans inadéquation sur C; alors C est couvert par deux théories sans inadéquation : Th′ et $Th_\gamma$, qui peuvent, hors de C, se contredire. On peut alors considérer la théorie unifiante $Th_u$ de Th′ et $Th_\gamma$, et l'on arrive à ce théorème : *On peut toujours, sur un champ expérimental donné* C, *construire une théorie parfaitement adéquate, avec* $L_\Lambda$ *pour logique*. Le procédé de construction de $Th_u$ est *dialectique* (utilisation de théories antithétiques et aufhebung); les démarches en peuvent être décrites dans un *calcul dialectique*.

PHYSICO-LOGIQUE. — *Algorithme et construction d'une théorie unifiante.* Note [1] de M. **Michel Cazin**.

Dans une précédente Note [2] nous avons étudié la persistance des structures formelles dans le développement des théories physiques; dans le cas général, il existe une théorie unifiant des théories données [3]; on a alors le théorème suivant : *Si l'on unifie les théories* $Th_1, \ldots, Th_n$, *sous-tendues*

---

[1] Séance du 10 mars 1947.
[2] *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 541.
[3] J.-L. Destouches, *Thèse complémentaire. Lettres*, Paris, 1938.

*respectivement par des algorithmes* $A_1, \ldots, A_n$, *dans la théorie unifiante* Th, *il existe un algorithme* A *qui admet des algorithmes partiels* $A_1, \ldots, A_n$ *qui sont au moins aussi faibles que ne le sont respectivement* $A_1, \ldots, A_n$. Cet affaiblissement ne saurait être indéfini, et l'on pourrait en déterminer, dans chaque cas particulier, une structure minimale. Cette structure minimale respecte d'une part les conditions dégagées par Mme Destouches-Février (4) à partir de la notion d'adéquation, d'autre part les conditions d'un calcul opératoriel pour les opérateurs associés aux grandeurs physiques.

M. Destouches (5) a indiqué un procédé pour construire une théorie unifiant des théories données; ce procédé consiste à partir d'une théorie mixte initiale, puis à utiliser successivement les méthodes d'adjonction et de correction des règles un nombre de fois au plus égal au nombre des postulats des théories données. Un autre procédé pour parvenir à une théorie unifiante peut être fondé sur notre théorème de la structure d'une théorie déductive énoncé ci-dessus :

1° On détermine les algorithmes qui sous-tendent complètement chacune des théories à unifier;

2° Dans chacun de ces algorithmes, on détermine l'algorithme partiel qui est compatible avec les algorithmes des autres théories;

3° On considère l'algorithme formé par la réunion de ces algorithmes partiels; cet algorithme sous-tend une théorie mixte des théories données; *cette théorie mixte est la meilleure qui soit compatible avec toutes les théories données*;

4° S'il y a une théorie englobante, l'algorithme mixte précédent est formé par la réunion des algorithmes sous-tendant les théories données; c'est, par suite, l'algorithme sous-tendant complètement la théorie englobante;

5° *Si, au contraire, il n'existe pas de théorie englobante, les algorithmes qui sous-tendent complètement les théories à unifier ne sont pas tous compatibles entre eux, et l'algorithme-réunion considéré ci-dessus est l'algorithme maximal compatible avec toutes les théories données. Il est un algorithme partiel de celui qui sous-tend complètement la théorie unifiante* (tous ces algorithmes sont construits sans modification des règles de la logique si ces règles sont les mêmes dans toutes les théories à unifier);

6° On détermine alors les modifications (*en nombre fini*) à faire subir à cet algorithme maximal commun, pour retrouver les algorithmes qui sous-tendent complètement chacune des théories à unifier;

7° On doit envisager alors, sous les conditions physiques données, quels

(4) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 545.

(5) *Principes fondamentaux de Physique théorique*, I (Hermann, 1942).

sont les affaiblissements maximums que l'on peut accepter de faire subir aux algorithmes sous-tendant les théories à unifier. Ceci détermine des algorithmes partiels de chacune des théories données;

8° Si les algorithmes qu'on vient ainsi d'obtenir sont tous compatibles entre eux, on obtient, par leur réunion, un algorithme minimal pour la théorie unifiante. Dans ce cas, on devra alors examiner, parmi les affaiblissements apportés, ceux qui peuvent être atténués de façon à compléter au maximum cet algorithme minimal. On obtiendra ainsi un algorithme sous-tendant la théorie unifiante;

9° Au cas où les algorithmes déterminés dans la démarche 7° ne sont pas compatibles entre eux sous les règles de déduction adoptées, on examine si, en affaiblissant les règles de raisonnement, ces algorithmes sont compatibles entre eux. Si l'on parvient ainsi à obtenir leur compatibilité, la réunion de ces algorithmes constituera un algorithme sous-tendant la théorie unifiante. On examinera alors si l'algorithme ainsi obtenu peut être complété. Ce dernier, s'il est maximal, constituera l'algorithme sous-tendant complètement la théorie unifiante;

10° Si, par affaiblissement des règles de déduction, on ne peut rendre compatibles les différents algorithmes envisagés dans la démarche 7°, c'est que les conditions conservées comme indispensables sont trop fortes et que de nouveaux affaiblissements sont nécessaires.

Les démarches à effectuer selon cette méthode peuvent être combinées avec celles de la méthode de M. J.-L. Destouches, de façon à mieux guider la construction de la théorie unifiante. Nous examinerons ailleurs les applications de cette méthode à la résolution effective de problèmes de construction de théories physiques qui se posent actuellement.

THÉORIES PHYSIQUES. — *Les conditions de normalisation en théorie du corpuscule libre.* Note (¹) de M. **Robert Murard.**

D'après les principes généraux de M. J.-L. Destouches (²), l'équation d'ondes du corpuscule libre est

$$(1)\qquad \frac{\partial\psi}{\partial t} = \mathcal{H}\psi; \qquad \frac{1}{c}\mathcal{H} = \mathbf{A}_1\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{A}_2\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{A}_3\frac{\partial}{\partial z} + \mathbf{C},$$

$\mathbf{A}_1$, $\mathbf{A}_2$, $\mathbf{A}_3$, $\mathbf{C}$ étant des opérateurs indépendants des variables et des opérateurs de dérivation. (1) est invariante pour toute transformation du groupe complet de Lorentz. $\psi$ est une fonction de point à plusieurs composantes et peut être représentée à chaque instant par un vecteur d'un espace vectoriel ($\mathcal{E}_n$), les $n$ composantes $\psi_i$ de ce vecteur étant elles-mêmes des fonctions de point. Pour

(¹) Séance du 10 mars 1947.

(²) *Principes fondamentaux de Physique théorique*, III (Hermann, Paris), 1942.

une transformation du groupe complet de Lorentz définissant le passage d'un observateur $Ob_A$ à un autre $Ob_B$, $\psi$ se transforme par

$$\psi_B = \mathbf{S}_{AB}\psi_A, \tag{2}$$

$\mathbf{S}_{AB}$ opérateur linéaire indépendant des variables, défini à une transformation près du groupe d'indifférence; on peut associer à $\mathbf{S}_{AB}$ un opérateur $\mathbf{S}^0_{AB}$; l'ensemble des $\mathbf{S}^0_{AB}$ définit une *représentation* du groupe complet de Lorentz. Soient $\mathbf{T}^0_{ij}$, $\mathbf{T}^0_i$, $\mathbf{S}^0_{s\gamma}$ les opérateurs $\mathbf{S}^0$ associés aux trois rotations infinitésimales, aux trois transformations simples de Lorentz infinitésimales, et à la symétrie d'espace par rapport à l'origine.

Le principe de décomposition spectrale ([2]) permet d'utiliser la fonction $\psi$ pour calculer les probabilités à un instant donné des diverses valeurs possibles d'une grandeur physique quelconque. On en déduit alors du principe des probabilités totales la condition dite de *normalisation*

$$\int_R \sum_i \overline{\psi}_i(M)\psi_i(M)\,d\tau_M = 1, \tag{3}$$

l'intégrale étant étendue à tout l'espace R. Cette condition (3) n'est pas invariante pour un changement quelconque de base dans l'espace vectoriel $(\mathcal{E}_n)$, mais seulement pour ceux définis par une substitution unitaire. Il existe donc une famille de systèmes de vecteurs de base privilégiés dans lesquels la condition de normalisation de la fonction $\psi$ s'exprime sous la forme (3); dans tout autre système de vecteurs de base, où les $\psi_i$ sont les composantes de $\psi$, $\sum_i \overline{\psi}_i\psi_i$ prend la forme $\sum_{ij} g_{ij}\overline{\varphi}_i\varphi_j$ qui définit une forme $\Phi$ hermitique définie positive. Soit $\mathcal{G}$ la matrice d'éléments $g_{ij}$. 1° Une mesure initiale effectuée sur le système à un instant $t_0$ se traduit par la donnée d'une fonction d'ondes initiale $\psi(M, t_0)$, et (1) permet de calculer alors la fonction d'ondes $\psi(M, t)$ à un instant quelconque $t$ postérieur à $t_0$. La fonction $\psi(M, t_0)$ est *a priori* normée; $\psi(M, t)$, qu'on en déduit par (1), doit être également normée à tout instant, et cela impose une condition à l'opérateur d'évolution $\mathcal{H}$. 2° Si l'on connaît à tout instant $\psi_A(M_A, t_A)$ relativement à un observateur $Ob_A$, on peut en déduire par (2) la fonction d'ondes $\psi_B(M_B, t_B)$ relative à un autre observateur $Ob_B$. Or $\psi_A(M_A, t_A)$ est normée à tout instant; il doit en être de même de $\psi_B(M_B, t_B)$, et cela impose une condition aux opérateurs $\mathbf{S}_{AB}$.

Dans un système d'axes auquel est associée la matrice $\mathbf{G}$, les conditions précédentes s'expriment par ($\Omega^\star$ désignant la transposée de $\Omega$) :

$$\text{(N)} \quad \begin{cases} \overline{\mathbf{C}}^\star\mathbf{G} - \mathbf{G}\mathbf{C} = \mathbf{O}; & \overline{\mathbf{T}}^{0\star}_{ij}\mathbf{G} + \mathbf{G}\mathbf{T}^0_{ij} = \mathbf{O}; \\ \overline{\mathbf{S}}^{0\star}_{s\gamma}\mathbf{G}\mathbf{S}^0_{s\gamma} - \mathbf{G} = \mathbf{O}; & \overline{\mathbf{T}}^{0\star}_i\mathbf{G} + \mathbf{G}(\mathbf{T}^0_i + \mathbf{A}_i) = \mathbf{O} \end{cases}$$

et $\mathbf{G}$ doit être hermitique et avoir toutes ses valeurs propres positives. Il

convient donc d'adjoindre aux *équations fondamentales* traduisant l'invariance relativiste de l'équation (1) une condition supplémentaire, d'après laquelle il doit être possible de déterminer dans le système d'axes choisi un opérateur **G** hermitique, à valeurs propres toutes positives, satisfaisant aux *conditions de normalisation* (N). On démontre alors :

Théorème I. — *L'opérateur de masse* **M** *étant défini par la relation*

$$\mathbf{M} = \frac{i\hbar_0}{c}\mathbf{CS}_{sy}^{0-1},$$

*toute solution du problème du corpuscule libre pour laquelle l'opérateur de masse est nul ou a des valeurs propres nulles est un cas limite d'une solution pour laquelle* **M** *n'est pas nul et n'a aucune valeur propre nulle, obtenu en faisant tendre vers zéro certains paramètres restant indéterminés dans cette solution.* Si en particulier **C** ou **M** est nul, certaines des équations fondamentales disparaissent et il est alors possible de trouver des solutions étrangères du système des équations fondamentales, que le théorème précédent élimine parce qu'elles ne satisfont pas aux conditions de normalisation.

Théorème II. — *Tout corpuscule auquel est associée une représentation irréductible du groupe complet de Lorentz est un corpuscule de Dirac à masse réelle.*

Les solutions du système des équations fondamentales pour lesquelles la fonction d'ondes se transforme suivant la représentation $\mathcal{D}(q+1/2, q/2)$ du groupe complet de Lorentz, ne satisfont pas au système (N) lorsque $q$ n'est pas nul.

Théorème III. — *Tout corpuscule auquel est associée une représentation du groupe complet de Lorentz complètement réductible en représentations irréductibles identiques est une superposition de corpuscules de Dirac à masse réelle.*

Ceci signifie que la solution du problème est somme directe de solutions correspondant à des corpuscules de Dirac. Cette notion de superposition traduit le fait que les prévisions évoluent de la même façon que pour un corpuscule de Dirac, les observateurs ignorant la masse du corpuscule, sachant seulement qu'elle appartient à un ensemble de valeurs possibles (valeurs propres de **M**). Le cas de représentations ne se décomposant pas complètement en représentations irréductibles identiques n'a pas été complètement étudié; il semble bien que les conditions de normalisation ne conduisent pas à une décomposition complète en solution du type Dirac. Ce cas, qui ne semble pas être réalisé, ne pourrait donc être éliminé que par un postulat supplémentaire.

CALORIMÉTRIE. — *Un régulateur de température de précision. Application à un calorimètre adiabatique.* Note (¹) de M. **Louis Weil**, présentée par M. Aimé Cotton.

Un régulateur de température ferme, en général, un circuit électrique lorsque la température devient inférieure d'une quantité $\varepsilon$ à la température commandée $t$ et l'ouvre lorsqu'elle a atteint $t+\varepsilon$. Un millivoltmètre mesure, par exemple, la différence de température de deux soudures d'un couple dont l'une est placée en un point moyen de l'enceinte réglée.

La puissance électrique d'appoint n'est pas répartie instantanément dans l'enceinte : le couple est en retard lors de l'échauffement; le régulateur coupe donc trop tard et la température moyenne dépasse $t+\varepsilon$. Des oscillations de température d'amplitude souvent bien supérieure à $\varepsilon$ s'établissent.

Dans les régulateurs de vitesse des turbines qui ont fait l'objet d'études très complètes (²), on rencontre un problème analogue : c'est l'inertie des vannages et des masses tournantes qui donne lieu à des oscillations de fréquence. Pour les grosses machines, le tachymètre commande par l'intermédiaire d'un servo-moteur : on réduit les oscillations par l'*asservissement* qui oppose l'effet (la fermeture du vannage) à la cause qui lui donne naissance (le déplacement du tachymètre) et limite ainsi les écarts; dans les régulateurs de température, ceci revient à introduire, dans le circuit du couple, une force électromotrice fonction du courant de chauffe, solution classique. Pour les petites machines, on peut se servir au contraire de la régulation directe : c'est le tachymètre qui ferme, après amplification, les vannages de la turbine, sans intervention d'un relais. On sait, qu'en raison de leur insensibilité, qui équivaut à un $\varepsilon$ grand dans le domaine qui nous intéresse, il est à peu près indispensable de les munir d'un asservissement. Enfin, ils établissent l'équilibre à une valeur de la vitesse fonction de la puissance demandée à la machine : l'écart est appelé le décrément du tachymètre.

Nous avons réalisé un régulateur de température à *régulation directe*. Pour éviter les difficultés d'asservissement gênantes pour de faibles puissances, nous avons réduit au minimum son insensibilité en utilisant un système à galvanomètre et cellule photoélectrique au lieu de commandes mécaniques. Dans les applications faites jusqu'ici de ce montage (³), le courant photoélectrique, amplifié, commandait un relais (régulation indi-

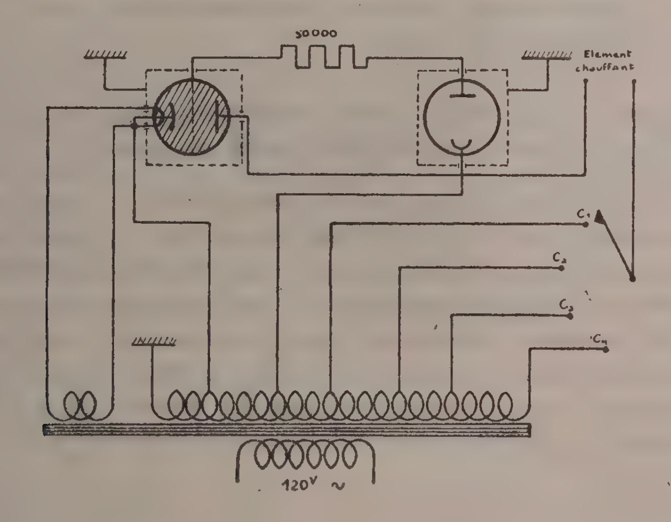
(¹) Séance du 1er mars 1947.

(²) A. Tenot, *Turbines et régulateurs automatiques de vitesse,* Livre IV, Paris, 1935 (par exemple).

(³) A. J. Ansley, *Temperature Control,* London, 1942.

recte). Nous l'avons directement utilisé pour chauffer l'enceinte réglée. *La puissance d'appoint est ainsi toujours adaptée à l'écart de température existant.* On combat ainsi les oscillations dues à l'inertie des calorifuges ou à l'agitation limitée, quand la puissance d'appoint est trop forte, sans s'exposer à des décrochages lors d'écarts importants, quand elle est trop réduite.

Le but que nous nous proposions était de maintenir l'égalité de température entre un vase calorimétrique Dewar et une enceinte isolée qui l'entourait par un chauffage de celle-ci. Une résistance d'un millier d'ohms était parcourue par le courant d'un thyratron dont le courant photoélectrique commandait la tension grille. Avec le dispositif schématisé dans la figure, on réalise sensiblement la proportionnalité du courant de chauffage




au flux lumineux tombant sur la cellule, et une fente convenablement placée rend ce dernier proportionnel aux déplacements du spot du galvanomètre.

Comme les puissances nécessaires étaient faibles, nous avons pris un thyratron T 100 G. Les prises multiples $C_1$, ..., $C_4$ permettent de faire varier la tension, donc la puissance maximum disponible. Le courant moyen ne dépasse pas 75 mA pour le T 100 G, mais nous avons fait fonctionner le même dispositif avec un TY 84 dont le courant peut atteindre 2,5 A et peut fournir ainsi une puissance d'appoint plus considérable.

Avec un tel dispositif, la valeur de $\varepsilon$ est évidemment très petite : pour $t + \varepsilon$, le spot affleure la fente placée devant la cellule à moins de $0^{mm},1$, soit, avec la sensibilité du galvanomètre et du couple, à $0°,0002$ près, ce qui fixe la valeur de $\varepsilon$, limitée par la détermination même de la température autant que par la précision optique et mécanique du montage.

Au moment de la mise en marche, des oscillations se produisent. Elles

s'amortissent en quelques minutes jusqu'à ne plus être que de l'ordre de $0^\circ,0001$ autour d'une valeur moyenne différente de $t$. Ce nouvel écart reste très faible, de l'ordre du millième de degré, et représente l'équivalent du décrément du tachymètre. Au lieu de le compenser en modifiant le zéro du galvanomètre proportionnellement au courant débité par le thyratron, nous avons préféré, lorsque l'écart risquait de devenir trop grand, prendre une tension plaque supérieure ou augmenter la brillance du spot : à un même écart de température correspond alors une puissance d'appoint plus élevée.

Le dispositif ainsi réalisé nous a permis de donner à la marche de température du calorimètre une valeur constante pendant plus de 8 heures à $\pm 5.10^{-5}$ degré par minute près, d'où, avec la masse en eau utilisée, la possibilité de mettre en évidence des dégagements lents de chaleur de moins de 0,002 calorie par minute.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Sur la théorie mathématique des machines tournantes.* Note [1] de M. **François-H. Raymond**.

Cette Note complète la précédente [2]. On considère une machine à entrefer variable, résultant, soit des encoches dans lesquelles sont placés les bobinages, soit des *pôles localisés* sur l'induit et l'inducteur : machines à *pôles saillants*.

Les coefficients d'auto-inductance et de mutuelle inductance des phases de l'induit et les mutuelles inductances entre les phases de l'induit et l'inducteur sont alors fonction de la position relative du rotor et du stator (notion d'harmonique de denture en particulier). L'examen des données du problème montre que la matrice des inductances de l'induit est de la forme suivante

$$(1) \qquad (L_j^i) = \left( \sum_{\varepsilon} L_{\varepsilon j}^{\,i} \cos \varepsilon \left[ \omega_s t - \frac{2\pi}{n} \left( \frac{i+j}{2} - 1 \right) \right] \right) \qquad \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = 0, 2, 4, \ldots, \\ i, j = 1, 2, \ldots, n. \end{array} \right.$$

De même les composantes $m_i$ du vecteur $\vec{m}$ ont pour expression

$$(2) \qquad m_i = \sum M_\eta \cos \eta \left[ \omega_s t - \frac{2\pi}{n} (i-1) \right] \qquad \text{avec} \quad \eta = 1, 3, 5, \ldots.$$

Le calcul de notre précédente Note s'applique sans difficulté; on obtient

$$(3) \quad \vec{u} = \left[ (Z) + \sum_{\eta} \frac{M_\eta^2}{4} \frac{\omega - \eta\omega_s}{z_{-\eta}} (N^\eta)^\star + \sum_{\eta} \frac{M_\eta^2}{4} \frac{\omega + \eta\omega_s}{z_{+\eta}} (N_\eta) \right] \vec{x} + \sqrt{-1}\, \frac{\omega}{2} [L_{2j}^{\,i} a^{-i+j-2}] \vec{x}^\star$$

où l'on a posé [3] $(Z) = (L_{0j}^{\,i}) + \delta_j^i R$, $z_{\pm\eta} = z(\omega)$, où l'on remplace $\omega$ par

---

(1) Séance du 10 février 1947.

(2) F. Raymond, *Comptes rendus*, 220, 1945, pp. 450-452.

(3) $\delta_j^i$ symbole de Kronecher, R résistance d'une phase.

$\omega \pm \eta\omega_s$. Par construction les matrices $(P_\varepsilon) = (L_{\varepsilon j}^{i})$ sont *symétriques et polyphasées*. Enfin, $N_\eta = ((\tau_j^i)^\eta)$ est hermitique et polyphasée symétrique. $\tau_j^i$ est le terme général de la matrice N de la Note précédente.

Les valeurs propres de $N_\eta$ sont $\lambda_k^k = 0$, sauf $\lambda_{nl-\eta}^{nl-\eta} = n$ ou $\lambda_{n-\eta}^{n-\eta} = 0$, selon que $\eta \gtrless n$. Si $\eta > n$, $l$ est le plus petit entier tel que $ln$ soit le nombre entier immédiatement supérieur à $\eta$.

La matrice $N_\eta$ se réduit, dans le cas $n = 3$, donné à titre d'exemple, aux formes suivantes :

pour $\eta = 1$, $\eta = 3$, $\eta = 5$, $\eta = 7$,

$$\text{réduites de } N_\eta \quad \begin{pmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & & \\ & 3 & \\ & & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 3 \end{pmatrix}, \quad \ldots$$

Le terme contenant $\overrightarrow{x^*}$ distingue le fonctionnement de la machine considérée de celui étudié précédemment. La matrice par laquelle $\overrightarrow{x^*}$ est multiplié n'est pas *polyphasée. La théorie des réseaux polyphasés n'est donc pas applicable.*

Quel est l'intérêt, dans ces circonstances, de la transformation de Fortescue? Remplaçons $\vec{u}$ par $C\vec{U}$ et $\vec{x}$ par $C\vec{X}$, $\vec{U}$ et $\vec{X}$ désignant dans le système de référence de Fortescue les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{x}$ respectivement.

Si H désigne la matrice qui multiplie $\overrightarrow{x^*}$ dans (3) sa transformée est $C^{-1}HC = C^*HC$ puisque (²) $C^{-1} = C^*$, et l'on a

Transformées de H pour $n = 3, 4, 5, \ldots$,

$$\begin{pmatrix} . & . & \Lambda_1^1 \\ . & \Lambda_0^0 & . \\ \Lambda_1^1 & . & . \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} . & . & \Lambda_1^1 & . \\ . & \Lambda_0^0 & . & . \\ \Lambda_3^3 & . & . & . \\ . & . & . & \Lambda_2^2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} . & . & \Lambda_1^1 & . & . \\ . & \Lambda_0^0 & . & . & . \\ \Lambda_3^3 & . & . & . & . \\ . & . & . & . & \Lambda_2^2 \\ . & . & . & \Lambda_4^4 & . \end{pmatrix},$$

où les $\Lambda_k^k$ $(k = 0, 1, \ldots, n-1)$ sont les valeurs propres de la matrice *polyphasée symétrique* $(P_2) = (L_{2j}^{i})$.

*Seule la composante symétrique d'ordre un (composante directe en électrotechnique) n'est pas couplée avec les autres composantes symétriques* [4].

Soient $U^1 = B\,e^{j\psi}$, $X^1 = A\,e^{j\varphi}$; $(0, U^1, 0, \ldots, 0)$ et $(0, X^1, 0, \ldots, 0)$ les vecteurs $\vec{U}$ et $\vec{X}$. L'équation transformée de (3) s'écrit : $B\,e^{j\psi} = \lambda_1^1 A\,e^{j\varphi} + \Lambda_0^0 A\,e^{-j\varphi}$, étant $\lambda_1^1$ la valeur propre d'ordre un de la matrice multipliant $\vec{x}$ dans (3), ceci

[4] Les composantes symétriques des tensions et des courants n'étant pas toutes découplées, la méthode générale de calcul des réseaux symétriques déséquilibrés ne peut donc s'appliquer, comme on a coutume de le faire, en traitant séparément chaque composante symétrique (calcul des courants de court-circuits par exemple).

montre que l'impédance directe dépend de la différence de phase $\varphi - \psi$. C'est le contenu de la théorie des deux réactions de Blondel [5].

*Supposons* $\omega = \omega_s$. — La force électromotrice de la machine peut être représentée dans ce cas, par un vecteur tournant avec un rotor fictif possédant deux pôles. Si un courant continu d'excitation $y_1 = j_0$ parcourt l'inducteur, l'ensemble des forces électromotrices à vide dans les $n$ phases de l'induit : $\mu_i j_0 e^{j\omega_s t}$ est défini, dans le système de Fortescue, par le vecteur $(0, j_0 M\omega_s, 0, \ldots, 0)$. Nous le prenons comme origine des phases. Donc, selon que $\varphi = 0$ ou $\pm \pi/2$, la composante directe des courants dans l'induit est en phase ou en quadrature avec la force électromotrice à vide de la machine.

D'ailleurs, en supposant $\omega = \omega_s$ (machine synchrone), la méthode géométrique utilisée dans ces Notes conduit à remplacer, dans l'équation (3), la matrice multipliant $\overrightarrow{x^\star}$, désignée H, par [6]

$$(\mathrm{H}) + \sum_{\eta} \frac{\mathrm{M}_\eta \mathrm{M}_{\eta+2}}{4} \omega_s^2 (1 + \eta) \left[ \frac{(\mathcal{M}_\eta)^\star}{z_{-\eta}} + \frac{(\mathcal{M}_\eta)}{z_{+\eta}} \right],$$

qui n'est pas une matrice polyphasée. La théorie de Blondel se rattache par la transformée de la matrice H, à l'harmonique de rang deux des coefficients d'induction et des mutuelles inductances des $n$ phases de l'induit, en présence de l'inducteur, et par la transformée des matrices $\mathcal{M}_\eta$ aux harmoniques de structure du couplage induit-inducteur.

ÉLECTRONIQUE. — *Généralisation de certains résultats relatifs à l'interaction d'ondes progressives guidées avec un faisceau électronique.* Note [1] de M. **Pierre Lapostolle.**

J'ai étudié [2], [3] l'interaction entre une onde progressive guidée et un faisceau électronique, dans le cas d'ondes à symétrie de révolution d'ordre O et d'un guide sans pertes.

Je me propose maintenant de généraliser ces résultats à une symétrie d'ordre $n$ et de tenir compte des pertes. J'étudierai en outre le problème de la

---

(5) J. Fallou, *Leçons d'électrotechnique générale*, vol. II. chap. XIII, § 6, Paris, Gauthier-Villars.

(6) On a posé $(\mathcal{M}) = (a^{\eta(j-1)-2(i-1)})$, $a = e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{\eta}}$.

(1) Séance du 3 mars 1947.

(2) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 268. Je conserverai notations et numéros de formules de cette Note.

(3) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 558. Même remarque. Le lecteur corrigera de lui-même des erreurs typographiques dans la numérotation des renvois : (3) correspond à (2), (4) à (3) et le premier (5) à (4). En outre, dans les formules (4'), (5') et (6') il faut lire $\mu_0$ et $r_0$ au lieu de $\mu$ et $r$.

largeur de bande d'un amplificateur construit sur ce modèle et discuterai l'effet sur le gain d'une variation de vitesse du faisceau.

*Symétrie d'ordre n.* — L'étude de la propagation d'ondes à symétrie de répétition d'ordre $n$ dans le faisceau conduit aux résultats suivants.

Dans le cas d'un champ magnétique focalisateur $H_0$ très grand, les vitesses électroniques sont encore purement longitudinales et le faisceau peut être le siège de la propagation d'ondes du type $E_n$ ou du type $H_n$. Ces dernières se propageant sans modulation du faisceau électronique, ne diffèrent pas de ce qu'elles seraient dans le vide. Pour les ondes $E_n$ les équations (1), (2)[1], (7)[2] subsistent à condition de remplacer les fonctions de Bessel d'indice o, $J_0$, $N_0$ et $I_0$ par des fonctions d'indice $n$, $J_n$, $N_n$ et $I_n$ et les fonctions $J_1$, $N_1$ et $I_1$ par les dérivées $-J'_n$, $-N'_n$ et $I'_n$. Le premier membre de l'équation (8) contiendra un terme supplémentaire rendant compte du fait que les conditions aux limites exigent maintenant la coexistence d'ondes $E_n$ et $H_n$.

La discussion graphique relative aux ondes $O_1$ et $O_2$ (2) conduit à des résultats analogues à ceux déjà établis dans le cas d'une symétrie d'ordre O. En particulier, les formules (5′) et (6′) sont valables pour $n$ quelconque. Pourtant, dans le cas *c.*, il y a lieu, pour obtenir le gain maximum, de prendre une vitesse de faisceau $v_0=(u_{nm})$ légèrement inférieure à la vitesse de propagation $u_{nm}$ des ondes dans la ligne sans faisceau. La formule (4′) devient

$$(4'') \qquad \gamma^3 = -\frac{j}{n+1}\,\frac{4}{v_0 P}\,\frac{\omega^3}{v_0^3}\left(\frac{c}{\omega r_0}\right)^2 \rho_0 \frac{e}{m}\mu_0.$$

*Ligne avec pertes.* — Dans un guide diélectrique, il y a lieu de considérer les pertes dans le diélectrique et les pertes dans la paroi métallique extérieure. J'ai étudié l'effet de ces deux causes d'atténuation, en particulier au voisinage des conditions de gain maximum $[v_0 \simeq (u_{nm})]$. Je me place, pour fixer les idées, dans le cas *c.*; l'équation (8) devient

$$(9) \quad \frac{\omega\gamma}{v_0}\left[\frac{\gamma v_0}{j\omega} + \frac{\Delta v_0}{v_0} - j(\varphi_1+\varphi_2)\right] = \pm\frac{4}{P}\,\frac{c}{(v_0 r_0)^2}\sqrt{\rho_0\frac{e}{m}\mu_0} \quad \text{avec} \quad \Delta v_0 = v_0-(u_{nm}).$$

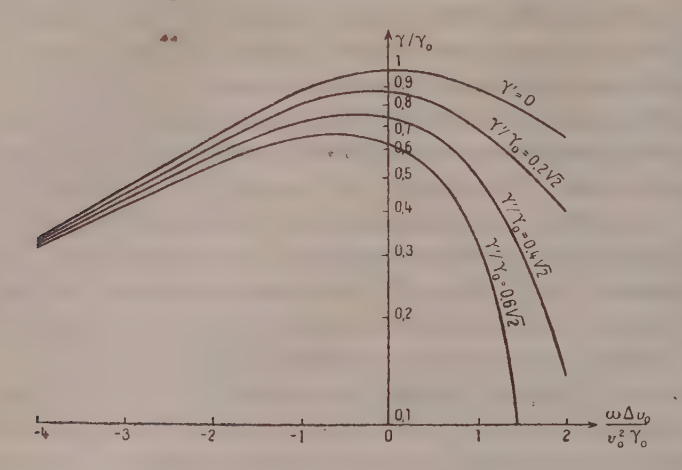
$\varphi_1$ est l'angle de pertes du diélectrique, $\varphi_2$ est un coefficient lié à la ligne et caractérisant les pertes dans la paroi métallique extérieure; il est proportionnel au quotient $\rho/\delta$ qui dépend de la nature du métal employé ($\rho$ résistivité, $\delta$ pénétration).

L'équation, écrite sous cette forme, est absolument générale et s'applique non seulement à un guide, mais à toute ligne de retard; le coefficient $\varphi=\varphi_1+\varphi_2$, qui caractérise les pertes totales dans la ligne, s'exprime alors en fonction de l'atténuation propre $\gamma'$ de la ligne par la relation $\varphi=-v_0\gamma'/\omega$.

On a représenté sur la figure ci-après des courbes donnant, en fonction de la vitesse du faisceau, le gain rapporté au gain maximum $\gamma_0$ obtenu en l'absence de pertes pour $\Delta v_0 = 0$.

On aura un gain résultant égal à l'atténuation propre $\gamma'$ de la ligne pour $\gamma' = \gamma_0/\sqrt{2}$.

La vitesse de l'onde amplifiée reste toujours inférieure à $v_0$.




*Largeur de bande.* — On peut, sur l'équation générale (9), étudier la largeur de bande propre de l'amplificateur, cette largeur de bande ne tenant pas compte des limitations introduites par les dispositifs d'adaptation aux extrémités du tube. Une variation de $\omega$ entraîne des variations de P, $\omega\varphi$ et $\omega\Delta v_0$, cette dernière étant particulièrement importante si la ligne est dispersive, $u_{nm}$ variant alors avec $\omega$. A partir des dérivées $dP/d\omega$, $d\varphi/d\omega$, $d(u_{nm})/d\omega$, on étudie sur l'équation (9) les variations de $\gamma$ avec $\omega$, d'où l'on déduit la largeur de bande.

*Réglage de la vitesse du faisceau.* — Au point de vue expérimental, il est intéressant de savoir avec quelle précision il faut ajuster la vitesse électronique pour que le gain diffère peu de la valeur maximum compatible avec une ligne donnée. On tire de l'équation (9) et des courbes de la figure que, pour une ligne quelconque, le gain reste supérieur à 90 % de sa valeur maximum dans un domaine de vitesse défini par

$$\Delta v_0 = 1,75 \frac{v_0^2 \gamma_0}{\omega}.$$

OPTIQUE. — *Sur la mesure des pouvoirs réflecteurs de sections polies immergées sous le microscope.* Note de MM. **Laurent Capdecomme** et **Théophile Cambon**, présentée par M. Charles Mauguin.

Les mesures de pouvoirs réflecteurs des surfaces immergées sous le microscope, dans un liquide qui les relie à l'objectif, présentent de telles difficultés, pratiques et théoriques, qu'elles ont, jusqu'ici, été fort peu utilisées. Nous appliquons un procédé, optiquement équivalent, qui supprime en grande partie les difficultés pratiques de l'immersion (hétérogénéité du liquide,

nettoyage des lentilles frontales des objectifs) et qui permet d'employer un objectif quelconque et des étalons non immergés.

Une lame de verre transparente à faces bien parallèles est appliquée contre la section polie et lui est reliée par une goutte d'un liquide ayant même indice qu'elle. (On emploie de préférence un liquide volatil, comme le benzène, bien purifié, qui disparaît ultérieurement de la préparation, sans nécessiter un lavage.) La lame de verre est simplement posée sur la préparation dans les microscopes métallographiques visant vers le bas; c'est, au contraire, la préparation qui est posée sur la lame dans les microscopes inversés.

Si la lumière incidente était rigoureusement normale à la section polie, le pouvoir réflecteur mesuré $\rho$ serait relié au pouvoir réflecteur R de la section dans le liquide et au pouvoir réflecteur $r$ de la face supérieure de la lame de verre par la relation

$$\rho = \mathrm{R}\left(1 - 2r + \frac{r}{\mathrm{R}}\right),$$

que l'on détermine aisément en tenant compte des réflexions multiples dans la lame de verre et en négligeant les termes en $r^2$ sans importance photométrique ($r$ est de l'ordre de 0,04).

En réalité, le faisceau issu du microscope présente une convergence plus ou moins grande et, si l'appareil est mis au point sur la section, à travers la lame de verre d'épaisseur $e$ et d'indice N, la première réflexion sur la face supérieure de la lame de verre donne une image du diaphragme de champ située à la distance $2e/\mathrm{N}$ en avant du plan de visée, la deuxième réflexion, sur la section elle-même, forme une image de ce diaphragme à la distance $2e/\mathrm{N}$ en arrière du plan de visée, et ainsi de suite. Un calcul simple tenant compte de la proportion de la lumière réfléchie, de plus en plus réduite, envoyée par chacune des images successives dans le diaphragme réel, montre que le pouvoir réflecteur mesuré $\rho$ dépend encore de R et de $r$, ainsi que de l'indice N, de l'épaisseur $e$, de l'ouverture U de l'objectif et du rayon $a$ du diaphragme de champ dans le milieu objet. En négligeant, comme plus haut, les termes en $r^2$, on trouve ainsi

$$\rho = \mathrm{R}\left[1 - 2r + \frac{r}{\mathrm{R}}\,\frac{\mathrm{N}^2}{\sin^2\mathrm{U}}\,\frac{a^2}{4e^2}(1+\mathrm{R}^2)\right] = \mathrm{R}\left[1 - 2r + \mathrm{K}\,\frac{1+\mathrm{R}^2}{\mathrm{R}}\right].$$

Nous donnons ci-après les valeurs de K calculées pour divers objectifs usuels et différentes épaisseurs $e$, en prenant $r = 0,04$.

| Objectifs Winkel Nos. | Ouverture numérique. | Grossissement partiel. | Distance frontale dans le verre. | $a$. | K = $e$=1mm. | $e$=1mm,5. | $e$=7mm. | $e$=15mm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | mm | mm | | | | |
| 1 a ..... | 0,22 | 5,81 | 5,5 | 1,72 | 1,38 | 0,61 | 0,028 | 0,0061 |
| 2 ....... | 0,28 | 10,4 | 8,4 | 0,96 | 0,26 | 0,11 | 0,0053 | – |
| 3 a ..... | 0,40 | 12,5 | 1,6 | 0,8 | 0,09 | 0,04 | 0,0018 | – |
| 4 a ..... | 0,58 | 19 | 1,65 | 0,52 | 0,018 | 0,018 | – | – |

L'action d'une diminution de l'épaisseur $e$ sur la valeur de K peut toujours être compensée par une réduction proportionnelle du rayon $a$ du diaphragme de champ.

*Applications.* — 1° Les résultats numériques précédents montrent que la comparaison directe des pouvoirs réflecteurs de sections appliquées successivement contre la même plaque de verre peut être effectuée sans aucune correction si les pouvoirs réflecteurs à mesurer R sont assez grands et si le champ et l'ouverture sont convenablement choisis.

Par exemple, pour $R > 0,4$, $(1 + R^2)/R$ est inférieur à 3 et supérieur à 2, et le terme correctif qui en est fonction varie de moins de 1 % avec l'objectif 1 $a$ et une lame de $15^{mm}$, avec les objectifs 2 et 3 $a$ et une lame de $7^{mm}$, ainsi qu'avec l'objectif 4 $a$ et une lame de $1^{mm},5$, le champ pouvant, dans tous les cas, rester ouvert au maximum.

Pour $R > 0,2$, $(1 + R^2)/R$ est inférieur à 5 et supérieur à 2, et le terme correctif reste très inférieur à 1 % avec les mêmes objectifs et les mêmes lames, si le diamètre du champ est réduit de moitié.

2° Les mesures absolues de pouvoirs réflecteurs peuvent être effectuées par comparaison de la surface immergée à un étalon sec. Il suffit de choisir $a$ et $e$ de façon que le terme correctif que commandent ces grandeurs soit photométriquement négligeable et d'utiliser la relation $\rho = R(1 - 2r)$.

Les étalons transparents sont beaucoup mieux définis que les étalons opaques, grâce à leur indice unique directement mesurable. Mais ils ne peuvent pratiquement être utilisés en immersion, par suite d'un affaiblissement trop élevé du pouvoir réflecteur (tombant, par exemple, de 0,179 pour la blende observée à sec, à 0,049 pour la blende observée dans l'huile de cèdre). C'est donc un avantage important de notre procédé que de généraliser leur emploi à sec.

SPECTROSCOPIE. — *Sur la dispersion de l'eau et de quelques alcools dans le proche infrarouge.* Note [1] de M^me^ **Josette Vincent-Geisse**, présentée par M. Jean Cabannes.

Nous avons appliqué à l'eau et aux quatre premiers alcools saturés aliphatiques à chaîne droite, entre le visible et $2^{\mu},7$, une méthode de mesure d'indice de réfraction au moyen du phénomène de réflexion totale [2], qui permet l'étude de ces corps malgré leur très forte absorption. Nous pouvons ainsi compléter et rectifier les déterminations de Seegert sur l'eau, les alcools éthylique et propylique, qui s'étendaient seulement jusqu'à $2^{\mu},327$ [3]. D'autre

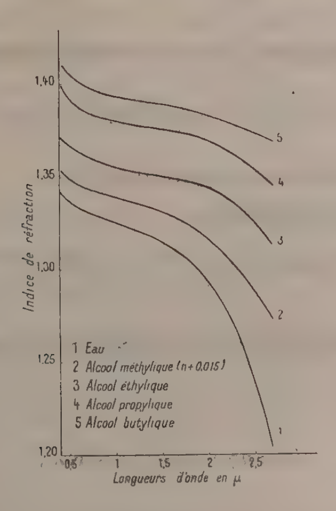
(1) Séance du 3 mars 1947.

(2) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 650.

(3) *Thèse*, Berlin, 1908.

part, Rubens et Ladenburg [4], puis Centano [5] ont calculé la dispersion de l'eau au moyen de la formule de Fresnel, reliant l'indice de réfraction au pouvoir réflecteur et au coefficient d'extinction.

I. *Résultats* (*fig.*). — 1° Dans le visible, les corps se classent, par ordre




d'indice croissant, de la manière suivante : alcool méthylique, eau, alcools éthylique, propylique, butylique. Mais à partir de $1^{\mu},4$, l'ordre se modifie, et l'alcool méthylique prend place entre l'eau et l'alcool éthylique.

2° Pour toutes ces courbes, aux environs de $1^{\mu}$, la concavité change de sens, ce qui indique le début d'une dispersion anomale, prépondérante entre 2,7 et $3^{\mu}$.

3° Cette dispersion anomale, très importante pour l'eau, décroît quand on passe aux alcools et d'un alcool au suivant. Nous expliquons ce résultat en remarquant que la bande vers $3^{\mu}$ étant due au groupement OH, celui-ci est seul à jouer un rôle dans l'indice de l'eau, alors que, dans les alcools, l'indice subit aussi l'influence du reste de la molécule qui donne une dispersion normale vers $3^{\mu}$.

II. *Application des formules de dispersion aux résultats obtenus pour l'eau.* — 1° La formule de Cauchy

$$n = \alpha_1 + \frac{\alpha_2}{\lambda^2} \qquad (1)$$

($\alpha_1$ et $\alpha_2$ étant des constantes) ne s'applique pas du tout.

---

(4) *Verh. d. d. phys. Ges.*, 11, 1909, pp. 16-28; *Le Radium*, 6, 1909, pp. 33-39.

(5) *J. Opt. Soc. Amer.*, 31, 1941, pp. 244-247.

2° La formule de Wright, à deux constantes, $c$ et $d$ :

$$(2) \qquad n = c f(\lambda) + \varphi(\lambda) + d;$$

$$f(\lambda) = \frac{1}{\lambda^2 - 0{,}0431}, \qquad \varphi(\lambda) = \frac{0{,}008530}{\lambda^{0,9}}.$$

En prenant les deux constantes dans le visible, la formule

$$n = 1{,}31\,700 + 0{,}000\,829 f(\lambda) + \varphi(\lambda)$$

donne une concordance très satisfaisante jusqu'à $1^{\mu}$.

3° Formule de Ketteler-Helmholtz

$$n^2 = n_0^2 + \frac{A}{\lambda^2 - \lambda_v^2} - \frac{B}{\lambda_r^2 - \lambda^2},$$

$n_0$, A, B sont des constantes, $\lambda_v$ et $\lambda_r$ les longueurs d'onde propres ultraviolette et infrarouge de l'eau.

*a*. Formule simplifiée

$$(3) \qquad n^2 = n_0^2 + \frac{A}{\lambda^2 - \lambda_v^2} - K\lambda^2,$$

où K est une constante. Nous prenons $\lambda_v = 0^{\mu},126$.

Avec trois indices choisis dans le visible on obtient

$$(3') \qquad n^2 = 1{,}76342 + \frac{0{,}0063419}{\lambda^2 - 0{,}015886} - 0{,}012882\lambda^2,$$

ce qui conduit à de bons résultats entre le visible et $1^{\mu},2$. Pour aller plus loin, on prend un indice dans le visible et deux dans l'infrarouge

$$(3'') \qquad n^2 = 1{,}77145 + \frac{0{,}0043635}{\lambda^2 - 0{,}015886} - 0{,}018795\lambda^2.$$

Les valeurs calculées sont voisines de celles de l'expérience jusqu'à $1^{\mu},5$. Des essais faits en modifiant les constantes, pour améliorer la concordance, n'ont rien donné.

*b*. Formule non simplifiée

$$(4) \qquad n^2 = n_0^2 + \frac{A}{\lambda^2 - \lambda_v^2} - \frac{B}{\lambda_r^2 - \lambda^2}.$$

Nous avons choisi arbitrairement $\lambda_r = 3^{\mu}$, en raison des vibrations propres de l'eau dans cette région. La formule

$$(4') \qquad n^2 = 1{,}86713 + \frac{0{,}0063758}{\lambda^2 - 0{,}015886} - \frac{0{,}93689}{9 - \lambda^2}$$

a été calculée avec trois indices choisis dans le visible et la formule

$$(4'') \qquad n^2 = 1,87134 + \frac{0,0062198}{\lambda^2 - 0,015886} - \frac{0,96926}{9 - \lambda^2}$$

en prenant un indice dans le visible et deux dans l'infrarouge. La première s'applique bien jusqu'à $1^{\mu},6$ et la seconde jusqu'à $2^{\mu},4$. Au delà, la valeur calculée se trouve inférieure à celle que l'on observe, et il faudrait recourir à une expression ne devenant pas infinie pour $\lambda = 3^{\mu}$.

SPECTROSCOPIE. — *Positions et intensités des bandes d'absorption, dans le proche infrarouge, de dérivés phénolés.* Note [1] de Mme **Micheline Baroiñ**, présentée par M. Jean Cabannes.

A l'aide d'un spectrographe enregistreur à réseau et à miroirs, avec, comme récepteur, une pile thermoélectrique reliée à un galvanomètre Zernicke ($Z_c$), nous avons étudié le premier harmonique vers $1^{\mu},4$ de la vibration fondamentale du groupement OH et occasionnellement le deuxième harmonique vers $0^{\mu},96$.

1° *Position des bandes.* — Le phénol, les ortho-chloro, ortho-bromo, para-chloro et para-bromophénols, les 2.4-dichloro et dibromophénols, les 2.4.6-trichloro et tribromophénols, le pentachlorophénol, les ortho et para-crésols, les xylénols 1.2.4 et 1.3.4 qui, pour la plupart, n'avaient pas encore été examinés dans cette région spectrale, ont été étudiés, à l'état dissous dans le tétrachlorure de carbone, avec des concentrations pas très élevées (au maximum normales), à la température ordinaire. Dans ces conditions, le premier harmonique se présente sous forme d'une bande relativement fine $2\nu(OH)_v$, caractérisant les molécules libres, et la bande $2\nu(OH)_s$, qui indiquerait l'existence d'associations moléculaires, n'apparaît pas. Relativement à la position qu'elle occupe pour le phénol, cette bande $2\nu(OH)_v$ se déplace vers les grandes longueurs d'onde, quand on introduit un ou plusieurs substituants (Cl, Br, $CH_3$) dans la molécule. Cette variation se rattache aux moments électriques du radical phényle par rapport aux substituants.

Nous confirmons l'existence de deux composantes pour la bande $2\nu(OH)_v$, dans le cas de l'ortho-chloro et l'ortho-bromophénol, mais nous les constatons aussi pour le para-chlorophénol. Ici, l'explication de Pauling, qui voyait dans ce dédoublement la preuve de deux formes moléculaires (l'hydrogène de OH en position *cis* ou *trans* vis-à-vis de Cl), ne se montre évidemment plus valable.

---

(1) Séance du 3 mars 1947.

2° *Variation en fonction de la température de l'intensité des bandes* [$2\nu(\mathrm{OH})_v$] *et* [$3\nu(\mathrm{OH})_v$] *correspondant aux molécules libres.* — Entre — 20 et + 70° C., pour le phénol, le coefficient d'absorption augmente avec la température et semble tendre vers une valeur limite. Il en est de même de la composante de plus courte longueur d'onde, dans les spectres du para- et de l'ortho-chlorophénol, alors que, avec l'autre composante, l'augmentation d'intensité reste faible ou nulle. Pour l'ortho-chlorophénol, ces résultats se trouvent en accord avec la précédente interprétation de Pauling.

3° *Étude de la bande vers* $1^{\mu},23$ *attribuée à la combinaison* $2\nu(\mathrm{OH})_v + \delta(\mathrm{OH})_v$. — On admet que la vibration de déformation se place, suivant Brattain, vers 1225 $\mathrm{cm}^{-1}$ (phénol, *p*-chlorophénol, les 2.4-dichloro et dibromophénols). Cette bande, exactement comme celle qui s'attribue à $\delta(\mathrm{OH})_v$, augmente en intensité avec la température, et se déplace vers les grandes longueurs d'onde quand croît le nombre des substituants halogénés. Par contre, le dédoublement de cette bande, pour des dérivés di- et trihalogénés, reste inexpliqué ; car ceux-ci fournissent une bande $2\nu(\mathrm{OH})_v$ simple.

4° *Variation de l'aspect de la bande* (OH) *avec la concentration. Influence du substituant.* — Quand la concentration augmente, on voit apparaître une nouvelle bande large, comprise entre 1,4 et $1^{\mu},5$ environ, qui caractérise les molécules associées $2\nu(\mathrm{OH})_s$ (phénol, ortho-chloro, ortho-bromophénol). Suivant les résultats obtenus par Landsberg, au moyen de l'effet Raman, le chlore, en position ortho, exercerait une action inhibitrice vis-à-vis de ces associations. Nous confirmons ce résultat, et l'étendons au groupement $CH_3$ en ortho. En position para, les groupements substitués sont trop loins de OH pour produire une influence sur l'aspect de la bande $\nu(\mathrm{OH})_s$.

Avec l'ortho-nitrophénol, le nitrocrésol et le dinitrocrésol, nous constatons une absence complète des bandes $2\nu(\mathrm{OH})_v$, ce qui s'attribue à une chélation effectuée par une liaison hydrogène. Parmi les composés :

$C_6H_3$ — OH (1), $NH_2$ (2), Cl (6) ; $C_6H_3$ — OH (1), $NH_2$ (2), $NO_2$ (5) ; $C_6H_3$ — OH (1), $NH_2$ (2), $NO_2$ (4) ; $C_6H_3$ — OH (1), $NH_2$ (2), Cl (3)

seul le dernier donne une bande $2\nu(\mathrm{OH})_v$ ; mais nous pensons que, pour les autres, il ne s'agit pas d'un phénomène de chélation. C'est simplement à la faible solubilité de ces dérivés dans le tétrachlorure de carbone qu'il faut attribuer ce phénomène. En effet les *o. m. p.* chloroanilines et les nitroanilines, plus solubles que les composés trisubstitués précédents, présentent les bandes dues à la vibration de $NH_2$.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Contribution à l'étalonnage des nouvelles plaques photographiques utilisées en Physique nucléaire.* Note [1] de M. **Eugène Cotton**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Les nouvelles émulsions photographiques, spécialement riches en argent et à grains fins [2], ont été étalonnées récemment par d'autres auteurs [3]. J'ai pu prolonger ces mesures jusqu'à 10,5 MeV, en utilisant les groupes de rayons $\alpha$ de longs parcours du thorium C′. Ce travail a été effectué au laboratoire de l'Aimant permanent au C. N. R. S. à Bellevue. Les intensités des deux groupes de longs parcours sont respectivement de $34.10^{-6}$ et $189.10^{-6}$ de celle du groupe principal. Pour séparer ces rayons j'ai utilisé le spectrographe magnétique à grand pouvoir séparateur réalisé par S. Rosenblum et installé dans l'entrefer du Grand Aimant permanent [4]. Si l'on place dans la région de focalisation une plaque photographique inclinée, les trajectoires des rayons $\alpha$ provenant de la source apparaissent dans la gélatine sous forme de segments parallèles qui se distinguent aisément des quelques trajectoires parasites qui n'ont pas la même direction. Tous les rayons $\alpha$ de longs parcours se trouvent séparés et rassemblés sur quelques millimètres carrés d'émulsion, ce qui permet de déterminer séparément pour chaque groupe une courbe statistique de répartition des parcours. Cette courbe coïncide bien avec une courbe de Gauss et est tout à fait symétrique, car les particules ralenties sont séparées par l'appareil.

1° *Plaques utilisées :* Plaque Ilford Ltd Spécial Concentrated Half-tone, épaisseur $40^{\mu}$.

2° *Détermination de la longueur de chaque parcours individuel.* — Les rayons $\alpha$ ne tombaient pas sous incidence rasante sur la plaque, car nous ne disposions pas de sources assez intenses pour obtenir des statistiques suffisamment nombreuses dans ce cas. L'angle moyen d'incidence était défini par $\cot g\, \theta = 0,4$. Pour chaque trajectoire, j'ai déterminé la longueur $l$ de la projection horizontale du parcours au moyen d'un micromètre oculaire et d'un micromètre objectif, ainsi que la différence de cote $z$ entre les extrémités de la trajectoire mesurée avec la vis micrométrique du microscope. Cette différence observée $z$ n'est pas

---

(1) Séance du 3 mars 1947.

(2) A. Jdanov, *Journ. de Phys.*, IV, 1935, p. 233; *C. R. Acad. Sc. U. R. S. S.*, **20**, 1938, p. 641; Shapiro, *Rev. Mod. Phys.*, **13**, 1941, p. 58; C. F. Powell, *Proc. Roy. Soc.*, **181**, 1943, p. 344.

(3) Tsien San-Tsiang, Chastel, Mmes Farraggi et Vigneron, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 571.

(4) S. Rosenblum et Tsaï Belling, *Journal des Recherches du C. N. R. S.*, numéro hors série, 1946, p. 17.

égale à celle Z enregistrée au moment de la pose, l'épaisseur de la gélatine subit en effet une diminution très importante après fixage par suite du départ des grains d'argent non impressionnés, phénomène déjà signalé par d'autres auteurs (5). En comparant l'angle $\theta$ donné par la géométrie de l'appareil à l'inclinaison la plus fréquemment observée, j'ai pu déduire de $z$ la profondeur réelle $Z = 2.05 . z$ ; la longueur du parcours est $L = \sqrt{l^2 + Z^2}$.

3° Les mesures ont été faites *pour les deux groupes de longs parcours du thorium* C′ (LP1, LP2), les statistiques portant respectivement sur 450 et 100 trajectoires et pour le groupe principal du thorium C′ afin de permettre le raccordement aux résultats antérieurs.

4° *Résultats :*

| | Th C′ groupe principal. | Th C′ LP1. | Th C′ LP2. |
|---|---|---|---|
| Énergies (Mev) | 8,7759±0,0009 | 9,4877±0,0038 | 10,5379±0,0043 |
| Parcours moyen dans l'air (cm) | 8,570 ±0,007 | 9,724 ±0,008 | 11,580 ±0,008 |
| Parcours moyen dans l'émulsion Conc. 40µ (µ) | 48,1±0,3 | 53,8±0,7 | 63,0±0,3 |
| Équivalent en millimètres d'air de 1µ d'émulsion | 1,78 | 1,8 | 1,83 |
| Unité d'écart (µ) | 2,04 | 2,1 | 2,10 |
| $\rho = \dfrac{\text{unité d'écart}}{\text{parcours}}$ | $4,2.10^{-2}$ | $3,9.10^{-2}$ | $3,3.10^{-2}$ |

*N. B.* — Les nombres des deux premières lignes sont extraits d'un travail antérieur (6).

Les parcours mesurés dans la gélatine sont *plus longs d'environ* 4 %, pour le groupe principal, que ceux donnés par le travail cité (3). Cela semble pouvoir être expliqué par la différence des émulsions utilisées et, sans doute principalement, par les *effets d'un vide poussé* qui dessèche fortement les émulsions (perte d'eau d'environ 2 % en poids). Si la gélatine ne subit pas de ce fait une contraction notable, le parcours doit être augmenté, les gouttelettes d'eau étant remplacées par des interstices vides (l'effet serait alors différent de celui observé lorsque la gélatine est saturée d'eau, car le départ de cette eau s'accompagne d'une importante contraction).

La précision est du même ordre que celle des mesures précédentes.

*En conclusion*, les mesures de parcours dans les plaques nouvelles peuvent servir à déterminer l'énergie des particules à condition de tenir compte de la nature de l'émulsion, de la contraction de la gélatine s'il y a lieu et, le cas échéant, de la pression gazeuse régnant autour de la plaque lors des expositions.

---

(5) C. F. Powell et Occhialini, *Journ. Scient. Inst.*, 23, 1946, p. 102.

(6) Livingstone et Holloway, *Phys. Rev.*, 54, 1938, p. 18.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur l'énergie de fission du thorium.* Note de M. **Tsien San-Tsiang**, M^mes **Ho Zah-Wei** et **H. Faraggi**, transmise par M. Frédéric Joliot.

Après la découverte de la fission de l'uranium et du thorium, certains travaux ont été publiés sur l'énergie libérée lors de la fission. Dans le cas de U, le calcul théorique [1] a donné une libération d'énergie ($E_f$) de 200 MeV pour une fission symétrique et de 180-190 MeV pour le cas où les masses des fragments sont dans le rapport 2/3. Cette énergie se retrouve en majeure partie sous forme d'énergie cinétique des deux fragments projetés dans des directions opposées, le rapport des énergies initiales étant inversement proportionnel à celui des masses. Les expériences faites par des mesures d'ionisation ont permis d'obtenir la distribution statistique des énergies des fragments qui se groupent en deux courbes de répartition dont les valeurs les plus probables sont d'environ 60 et 90 MeV. La moyenne de l'énergie cinétique totale ($E_{cin}$) correspondant au rapport des masses le plus fréquent (96/138 pour la fission de $^{235}_{92}U$ provoquée par les neutrons lents) est [2]

$$(E_{cin})_{^{236}_{92}U} = 150 \pm 5 \text{ MeV}$$

pour la fission du noyau composé de $^{236}_{92}U$, et

$$(E_{cin})_{^{239}_{92}U} = 160 \pm 5 \text{ MeV}$$

pour la fission du noyau composé de $^{239}_{92}U$.

Le reste de l'énergie, $E_{exc} = E_f - E_{cin}$, soit environ 30 MeV, est partagé entre l'excitation des fragments et l'énergie emportée par les neutrons émis lors de la fission dont le nombre varie entre 1 et 3.

Pour le thorium, aucune détermination expérimentale de l'énergie de fission n'ayant été publiée, nous avons essayé de la faire par la méthode de l'émulsion photographique. Deux plaques *Ilford Nuclear Research* $C_1$ ont été imprégnées séparément d'une solution de nitrate d'urane et d'une solution de nitrate de thorium de même concentration, séchées puis exposées aux neutrons rapides de Be + D (6,7 MeV) obtenus avec le cyclotron du Collège de France. Les sels d'urane et de thorium donnent tous deux un effet d'affaiblissement photographique; en développant convenablement, on voit nettement les trajectoires de fission bien développées se détachant sur un fond de grains plus fins

---

(1) N. Bohr et J. A. Wheeler, *Phys. Rev.*, **56**, 1939, p. 426.

(2) M. H. Kanner et H. H. Barshall, *Phys. Rev.*, **57**, 1940, p. 372; A. Flammersfeld, P. Jensen et W. Gentner, *Zeits, f. Phys.*, **120**, 1943, p. 450.

dû à la présence d'une grande quantité de trajectoires de protons projetés dans la gélatine par les neutrons rapides.

La statistique des trajectoires rectilignes, correspondant aux deux fragments d'une bipartition projetés en sens opposés, donne comme parcours le plus probable $23^{\mu},4$ pour U et $21^{\mu},7$ pour Th. Comme le pouvoir d'arrêt de l'émulsion imprégnée de sel est sensiblement le même pour les deux plaques, et comme le développement est suffisant et semblable dans les deux plaques (ce qui est d'ailleurs confirmé par la largeur des courbes de répartition des longueurs des trajectoires), *cette différence de parcours entre les morceaux de fission de* U *et de* Th *est due à la différence d'énergie cinétique totale des fragments.*

Pour pouvoir déduire de cette observation l'énergie correspondante, nous supposerons, en première approximation, l'égalité des parcours de fission de $^{236}$U et de $^{239}$U. Ceci donne une équivalence de $1^{\mu}$ de gélatine pour $1^{mm},8_8$ d'air (les parcours dans l'air des fragments de fission de $^{236}U = 19 + 25 = 44^{mm}$) (³). Le parcours total des deux fragments de Th serait alors $41^{mm}$. Supposons que le rapport le plus probable des masses des fragments soit le même que pour U (2/3), Th aurait deux groupes de longueur $17^{mm},_7$ et $23^{mm},_3$. En utilisant les relations approximatives V (*vitesses*) — R (*parcours*) des fragments de U (³), nous pouvons calculer la différence d'énergie correspondant à la différence de parcours observée, soit 22 MeV. Pour réduire au cas de Th, il faut corriger encore du rapport des masses de $^{239}$U à $^{233}$Th, ce qui conduit à une valeur de 24-25 MeV. En tenant compte de l'incertitude des relations V-R et des erreurs expérimentales, nous donnerons pour la différence des énergies cinétiques des fragments de U et de Th la valeur suivante :

$$\Delta E_{cin} = (E_{cin})_{^{239}_{92}U} - (E_{cin})_{^{233}_{90}Th} = 25 \pm 5\ \text{MeV},$$

ce qui nous donne pour l'énergie cinétique des fragments de fission du thorium la valeur

$$(E_{cin})_{^{233}_{90}Th} = 135 \pm 10\ \text{MeV}.$$

D'après l'estimation de Bohr et Wheeler (⁴), une fission symétrique de $^{233}_{90}$Th donnerait une énergie inférieure d'environ 20 MeV à celle de $^{239}_{90}$U ($E_t$), ce qui est en bon accord avec la valeur de $\Delta E_{cin}$ déduite de cette étude. Cette concordance semble indiquer de plus que ($E_{exc}$), l'excitation des fragments et l'énergie des neutrons, est à peu près la même pour la fission de U et de Th.

---

(³) J. K. Bøggild, K. J. Brostrøm et T. Lauristen, *Kgl. Danske Videnskab.*, *Salskab* (*Math. phys. Medd.*, **28**, 1940, p. 1) et F. Joliot, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 488.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Un procédé de dialyse rapide.* Note de M^lle **Anne-Marie Biget**, transmise par M. Jacques Duclaux.

La dialyse ordinaire, effectuée par le moyen d'une membrane, est une opération lente. On peut l'accélérer en supprimant la membrane et en dialysant, non pas contre de l'eau pure, mais contre de l'eau contenue dans un gel. Si l'on immerge dans une solution des morceaux de gel, imbibés d'eau pure, leur surface joue le rôle de membrane et les éléments diffusibles de la solution vont se diluer dans l'eau du gel. Celui-ci doit être insoluble et chimiquement neutre. L'acétate de cellulose réunit ces deux qualités; on l'amène à la forme de gel en profitant de sa solubilité dans les solutions aqueuses saturées ou presque saturées de perchlorate de magnésium. Des concentrations de 25 à 60$^g$ par litre sont convenables, donnant des gels qui contiennent entre 96 et 91 % d'eau. La solution mixte est coulée en couche épaisse dans une cuvette, plongée dans l'eau qui coagule l'acétate, et lavée à fond; puis le gel est découpé en morceaux de forme régulière, prismatique ou cylindrique, dont on remplit une éprouvette. La solution à dialyser est versée dans l'éprouvette et soutirée après un certain temps. La proportion des pleins (gel) aux vides (solution) étant environ 3/2, on ne peut en une opération extraire que les 3/5 des produits diffusibles. On recommence immédiatement une seconde opération en versant la solution soutirée dans une deuxième éprouvette garnie de gel, et ainsi de suite.

L'équilibre de diffusion est atteint d'autant plus vite que les morceaux de gel sont plus petits. En pratique ils ne doivent pas descendre en dessous d'une certaine dimension, car alors ils retiendraient trop d'eau par capillarité. Un essorage permet de la séparer, mais aux dépens de la simplicité de l'opération. Le poids le plus favorable est autour de 0$^g$,5. Il n'y a pas alors intérêt à dépasser (pour NaCl par exemple) une durée de dialyse de 15 minutes, et six opérations successives débarrassent une solution de 97 % des produits diffusibles qu'elle contient.

Ces produits peuvent être ensuite extraits du gel par un lavage méthodique avec un volume d'eau qui n'est pas très supérieur au volume de la solution primitive. Les morceaux de gel lavés peuvent être employés à nouveau, et leur durée est d'au moins deux ans. Ils abandonnent à l'eau une trace seulement de matière organique : 800$^g$ de gel laissés 20 mois dans 1000$^g$ d'eau lui ont abandonné 7$^{mg}$,5. Le gel d'acétate de cellulose est insensible aux sels minéraux et à l'alcool. On peut par l'intermédiaire de l'alcool y remplacer l'eau par un solvant organique tel que le benzène ou l'éther. Il résiste longtemps aux solutions alcalines ou acides entre

les pH 1 et 9; pour un contact rapide de l'ordre de 1 heure, ces limites peuvent être portées à 0 et 11.

Si la solution contient des produits peu diffusibles, ils pénètrent beaucoup plus lentement dans le gel; par exemple les vitesses de diffusion de la dextrine sont de 1/5 à 2/5 de celle du glucose. Un contact plus prolongé permet de les séparer des produits macromoléculaires non diffusibles. J'ai traité de cette manière un mélange d'amidon (à l'état d'empois), de glucose et de NaCl. Une première série de passages sur cinq gels, chacun de 15 minutes, a séparé 93 % du NaCl et 7 % de glucose; une deuxième série de six passages de 25 minutes a séparé 6 % de NaCl et 15 % du glucose. Le résidu ne contenait plus qu'une trace de NaCl et les 2/3 de l'amidon. Ainsi la dialyse sur gel permet un fractionnement qui peut être rendu méthodique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Viscosité des solutions macromoléculaires.*
Note de M. **Yvon Conseiller**, transmise par M. Jacques Duclaux.

Les mesures de viscosité des solutions macromoléculaires sont toujours faites en régime permanent. Mais pour éclaircir le mécanisme de cette viscosité, il faut aussi étudier la période initiale et la période finale du mouvement; c'est-à-dire, le suivre à partir du moment où est appliquée la force cause du mouvement, et après qu'elle a cessé d'agir. Je n'envisagerai ici que la période initiale.

L'expérience se fait soit avec un tube capillaire, soit, de préférence, avec une couche de liquide comprise entre deux lames de verre parallèles, dont l'une est fixe tandis que l'autre est soumise à une force connue agissant dans son plan. Avec ce second dispositif, on suit au microscope la marche de la lame mobile. Les mesures sont limitées à des gradients de vitesse très petits, de l'ordre de $10^{-2}$ à $10^{-5}$ C. G. S.

On pourrait supposer que par effet d'inertie le mouvement va en s'accélérant à partir du moment où la force est appliquée, et finit par atteindre une valeur limite. L'expérience donne le contraire. Le mouvement est au début très rapide, et c'est en décroissant qu'il atteint sa limite, c'est-à-dire que la viscosité instantanée va sans cesse en croissant. Aux vitesses réalisées, les effets d'inertie sont négligeables.

J'ai obtenu ces résultats avec diverses solutions : nitrocellulose dans le nitrobenzène et le phtalate d'éthyle, acétate de cellulose dans la cyclohexanone, acétate de polyvinyle dans l'alcool benzylique, polystyrol dans le benzène. Le rapport de la vitesse initiale à la vitesse de régime ne peut être mesuré avec précision; on n'a qu'un minimum qui peut être égal à 10.

Chaque expérience donne une valeur de la viscosité en régime permanent.

Le chiffre obtenu pour des gradients de vitesse très faibles, correspondant à des vitesses d'écoulement de quelques millièmes de millimètre par minute, est aux erreurs d'expérience près indépendant de ce gradient; ce qui confirme les résultats antérieurs d'après lesquels la viscosité a une limite définie. Cette limite a varié dans mes expériences entre 70 000 et 4 600 000 poises.

Chaque expérience donne en outre une valeur du temps d'établissement du régime permanent : ce temps est l'analogue d'un temps de relaxation. Il a atteint 1300 secondes pour une solution de nitrocellulose dans le nitrobenzène. Des mesures exactes ne sont possibles que s'il atteint plusieurs dizaines de secondes; mais le même phénomène se retrouve avec des solutions moins visqueuses donnant des temps d'établissement plus courts, et il y a lieu de penser qu'il est général. Ainsi la viscosité très élevée d'une solution macromoléculaire ne préexiste pas, ou du moins celle qui préexiste n'est qu'une faible fraction de la viscosité en régime permanent. Celle-ci est un résultat de la déformation au sens de Maxwell. La solution non déformée n'est pas visqueuse. Ce fait expérimental n'est pas contenu dans les diverses théories mathématiques de la viscosité macromoléculaire qui ont été proposées, et qu'il semble par suite nécessaire de modifier. On peut se demander si le phénomène qui vient d'être décrit n'est pas l'un des éléments de la propriété complexe connue sous le nom de plasticité. Il est clair en effet qu'une masse qui a au repos une viscosité faible est bien plus facilement déformable qu'une masse qui a, au contraire, au départ, une viscosité très élevée ou une rigidité thixotropique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une cause d'erreur dans la méthode de dosage par fusion dans le vide des gaz dissous dans l'aluminium.* Note (¹) de MM. **Léon Moreau** et **Georges Chaudron**, présentée par M. Albert Portevin.

On sait que pour maintenir un haut degré de vide dans une enceinte, on utilise fréquemment des métaux qui ont été volatilisés et condensés sur une paroi froide. Nous nous proposons de montrer dans cette Note que cette propriété apporte une difficulté supplémentaire dans la technique du dosage des gaz dissous dans les métaux.

Nous avons utilisé l'appareillage classique décrit par différents auteurs (²) et qui permet d'exécuter la fusion du métal dans un vide très poussé et de recueillir ensuite les gaz ainsi dégagés. Nous avons également effectué sur les mêmes échantillons l'extraction des gaz par la méthode de bombardement ionique. Nous avons enfin dosé l'azote par la méthode chimique de Kjeldahl.

---

(¹) Séance du 10 mars 1947.

(²) A. Portevin et R. Castro, *Revue de Métallurgie*, n° 9, sept. 1932, p. 461.

Pour augmenter la précision relative de nos mesures, le métal employé était de l'aluminium industriel 99,5 que nous avions sursaturé en hydrogène par une méthode précédemment décrite ([3]); cet échantillon, en outre, contenait de l'azote dissous dans une proportion assez élevée (voir tableau I). Les échantillons utilisés dans les dosages étaient polis électrolytiquement afin de rendre négligeables les erreurs dues à l'absorption de la vapeur d'eau par la pellicule d'alumine superficielle ([4]).

Les résultats d'une première série d'expériences, qui se trouvent résumées dans le tableau I, nous montrent que la fusion sous vide de l'aluminium à 1050° permet une élimination presque complète de l'hydrogène, de l'azote et de l'oxyde de carbone, mais que ces gaz ne sont que partiellement extraits de la chambre de fusion; or, dans nos conditions expérimentales, nous avons constaté que l'aluminium distille pour aller se condenser sur les parties froides de l'appareil; aussi nous avons supposé que le métal ainsi déposé peut fixer par adsorption une partie notable des gaz dégagés.

Dans une seconde série d'expériences, dont les résultats sont portés sur le tableau II, nous avons disposé notre appareil de telle façon que l'on puisse faire, sans ouvrir la chambre de chauffe, six extractions successives sur des blocs pesant environ 10g. Nous désirions nous rendre compte s'il était possible d'obtenir une saturation progressive des zones d'adsorption recouvertes ou non d'aluminium condensé.

| N° | Échantillon Al 99,5. | Mode de dégazage. | Volume gazeux ($cm^3/100^g$). | Composition ($cm^3/100^g$). $CO+CH_4$. | $H_2$. | $N_2$ (*). |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Tableau I.** | | | | | |
| 1 | Échantillon cylindrique..... | Fusion sous vide (1050°) | 14 | 4 | 2 | 8 |
| 2 | » | » | 30 | 4 | 10 | 16 |
| 3 | » | » | 36 | 6,8 | 11,5 | 18 |
| 4 | Feuille de 1mm.............. | Bomb. ionique | 98 | 7 | 58 | 33 (**) |
| 5 | Feuille provenant de la fusion des échantillons 1, 2, 3.... | » | 4,5 | 1,5 | 3 | 0 |

(*) $N_2$ déterminé par différence.

(**) La teneur en $N_2$ déterminée par voie chimique est de $31^{cm^3}$.

| N° | Échantillon Al 99,5. | Mode de dégazage. | Volume gazeux ($cm^3/100^g$). | $CO+CH_4$. | $H_2$. | $N_2$ (*). |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Tableau II.** | | | | | |
| 1 | Cylindre poli électrolytiqt... | Fusion à 1050° | 0,00 | – | – | – |
| 2 | » | » | 1,2 } | 2,0 | 1,6 | 1,6 |
| 3 | » | » | 2,4 } | | | |
| 4 | » | » | 12,2 | 3,8 | 5 | 3,4 |
| 5 | » | » | 29 | 6 | 12 | 11 |
| 6 | » | » | 50 | 6,5 | 19 | 24,5 |

([3]) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 554.

([4]) *Métaux et corrosion*, **16**, 1941, p. 37.

La première fusion (n° 1, tableau II) a été faite après un chauffage particulièrement long dans le vide du corps chauffant à 1650° pendant 6 heures. On constate alors qu'il n'a pas été possible de recueillir un volume gazeux mesurable, si l'on déduit la correction à blanc qui est du reste très faible à cette température (5).

Dans les expériences n°s 2 et 3 (tableau II) il a été nécessaire de rassembler les volumes de gaz extraits qui sont très faibles ($0^{cm^3},66$) pour pouvoir effectuer correctement l'analyse chimique. Enfin, on constate que les volumes de gaz obtenus croissent pour chaque nouvelle expérience, et que, dans l'essai n° 6, la teneur en oxyde de carbone est sensiblement celle qu'indique l'autre méthode de dégazage; toutefois l'adsorption par les parois est encore très importante pour l'hydrogène et l'azote.

Des essais analogues, entrepris sur le dosage des gaz dissous dans le fer, nous permettent de constater qu'il est possible de doser correctement l'hydrogène et l'azote, quand le fer ne contient pas d'éléments volatils.

Raine (6) a montré une cause d'erreur semblable dans le cas du dosage de l'oxygène dans les aciers qui renferment 2 à 4 % de manganèse.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur le potentiel de l'électrode peroxyde-hydroxyde de nickel.* Note (1) de MM. **Moïse Haïssinsky** et **Michel Quesney**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Nous avons montré dans une Note précédente (2) que la loi de variation du potentiel de la formation électrolytique du peroxyde de nickel dépendait de la nature de l'anode. Pour interpréter ce résultat il fallait vérifier si le potentiel d'équilibre de l'électrode $NiO_x/Ni(OH)_2$ (avec $x > 1$) varie réellement suivant l'équation généralement admise (valable dans le domaine de l'insolubilité de ces oxydes) :

$$(1) \qquad E = E_0 - \frac{RT}{F}\ln(OH^-) = E'_0 - 0{,}057\ \mathrm{pH}.$$

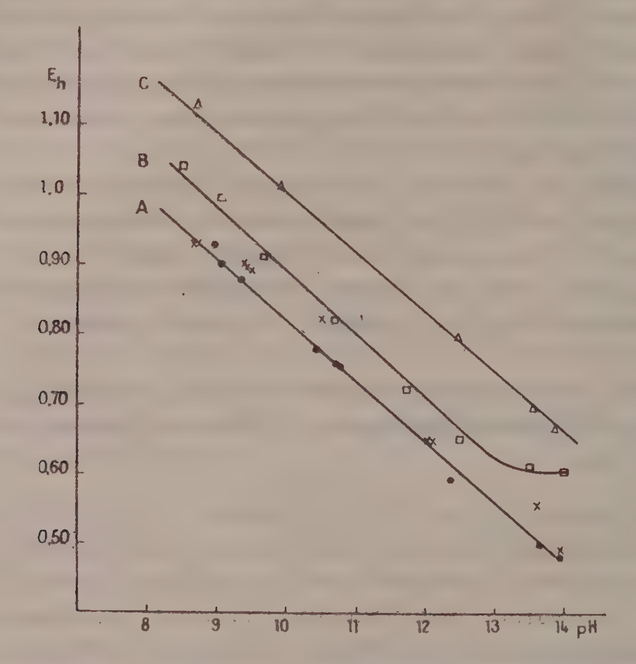
Comme nous l'avons rappelé dans cette Note, une seule valeur de E est connue jusqu'ici, celle qui correspond aux solutions de KOH de concentration supérieure à la normale et qui a été donnée par Zedner et confirmée par Fœrster ($E_h = +0{,}48$ V).

Nous avons préparé une série d'électrodes du peroxyde par dépôt électrolytique sur Pt ou Ni que nous avons plongées dans des solutions de pH déterminé (tamponnées pour les pH $< 12{,}4$) et contenant $Ni(OH)_2$ en suspension.

(5) Pour notre appareil, elle était de $0^{cm^3},4$ par heure à 1650°.
(6) *Iron and Steel*, S. r., 16. p. 100.

(1) Séance du 3 mars 1947.
(2) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 792.

Les dépôts étaient bien adhérents aux supports et suffisamment épais pour que l'intervention de ceux-ci dans les mesures soit absolument exclue. Nous avons ensuite suivi l'évolution avec le temps des potentiels de ces électrodes, mesurés par rapport à une électrode de calomel saturée, et nous avons tracé les courbes correspondantes pour chaque pH. Après une descente initiale rapide, ces courbes présentent des paliers sensiblement horizontaux qui correspondent aux potentiels d'équilibre des électrodes. La droite A de la figure donne ces




potentiels, exprimés par rapport à l'électrode de l'hydrogène (marqués par ●).

Nous avons mesuré, en plus, les potentiels d'électrodes analogues que nous avons fait fonctionner comme cathodes dans des solutions de pH déterminé afin de réduire progressivement et lentement le peroxyde avec une très faible densité de courant, rigoureusement constante (de l'ordre de 0,01 mA/cm²). On obtient encore, en fonction du temps, des courbes avec des paliers, beaucoup plus inclinés que dans le cas précédent. Les potentiels correspondants aux points d'inflexion de ces courbes (marqués par ×) se placent, comme on le voit, sur la même droite A. La précision de cette méthode paraît cependant être moins bonne.

L'équation correspondant à la droite A est

(2) $$E = E'_0 - 0{,}087\ \mathrm{pH} = E_0 - \frac{RT}{2F}\ln(OH^-)^3 \quad (\text{à } 15^\circ C),$$

nettement différente de (1).

Nous donnons de nouveau, dans la figure, la courbe (B) représentant le

potentiel de transformation de $Ni(OH)_2$ en peroxyde sur une anode de Ni, qui figurait déjà dans la Note précédente. La pente de sa partie rectiligne est la même que celle de A, l'espacement entre les deux droites étant de 0,06 V environ. Nous y avons, enfin, ajouté la droite C représentant le potentiel de formation du peroxyde par oxydation d'une anode de Ni en absence de composés de nickel dans l'électrolyte. Cette droite est encore parallèle aux deux autres.

La signification de l'équation (2) nous échappe pour le moment. Il est facile de voir ([3]) que l'équation (1) devrait être valable quelle que soit la valence de Ni dans le peroxyde ou les peroxydes formés, pourvu que les produits de solubilité de ceux-ci soient atteints. Or, ceci est apparemment le cas, à moins qu'on admette la formation intermédiaire d'un composé dont l'activité serait proportionnelle à l'activité des ions $OH^-$. Mais cette hypothèse en impliquerait d'autres supplémentaires peu probables et mal étayées par l'expérience électrochimique.

Signalons, pour terminer, que Kolthoff avait déja constaté ([4]) une anomalie analogue pour la variation du potentiel de l'électrode $PbO_2/Pb^{++}$ en fonction du pH. Il conviendrait donc, avant de se prononcer, d'étendre ces expériences à d'autres peroxydes anodiques (Co, Mn, Ag, Cu etc.)

CHIMIE COLLOÏDALE. — *Étude sur la structure des systèmes bitumineux. Électrophorèse des solutions de brai de houille*. Note ([1]) de M. **Henri-A. Sack**, présentée par M. Louis Hackspill.

Certains auteurs ont supposé que la phase dispersée des systèmes bitumineux ne présente pas de charges électriques ([2]). J'ai pu cependant constater que les particules contenues dans les goudrons et brais de houille se déplacent dans un champ électrique.

Les mesures ont été effectuées à l'aide d'un dispositif décrit dans une Note précédente ([3]). La figure ci-après donne l'allure d'une courbe de dépôt ainsi obtenue.

Cette courbe montre que les deux premiers tiers de la substance se déposent proportionnellement au temps, ce qui est en accord avec la loi de Cotton et Mouton.

La partie infléchie de la courbe est due probablement à un ensemble de phénomènes secondaires : isolement progressif de l'électrode par le dépôt;

---

([3]) M. Haïssinsky et M. Quesney, *loc. cit.*

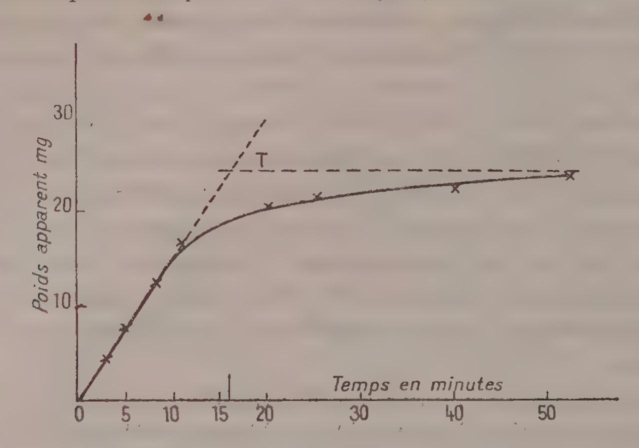
([4]) Cité d'après Kolthoff et Furman, *Potentiometric titrations*, New York, 1931. Les auteurs, malheureusement, ne donnent aucun détail expérimental sur le sujet.

([1]) Séance du 3 mars 1947.

([2]) F. J. Nellensteyn, *The science of Petroleum*, Oxford, 1938, pp. 2760-63.

([3]) H. A. Sack, *Comptes rendus*, 222, 1946, pp. 1495-6.

non uniformité du champ électrique, électroosmose des couches d'adsorption des particules (séchage du dépôt avec augmentation de sa masse spécifique). On peut néanmoins obtenir une valeur approximative de la vitesse de migration dans le champ en extrapolant la droite jusqu'au point T qui correspondrait




Courbe de dépôt donnée par une solution à 1.5 % de brai de houille dans le nitrobenzène en fonction du temps.

au temps nécessaire pour obtenir le dépôt total des particules de la solution s'il n'y avait pas de phénomènes secondaires. L'expérienee donne un poids apparent de ce dépôt. En le corrigeant de la poussée d'Archimède, on peut calculer le poids réel des particules qui étaient en suspension dans la solution.

Le tableau suivant donne les valeurs obtenues pour des solutions filtrées d'un brai ayant les caractéristiques suivantes : Densité à 15°, 1,275; point de ramollissement K. et S., 68°; cendres, 0,2 %; insoluble dans le benzène, 20,4 %; insoluble dans le nitrobenzène, 1,2 %.

| | I. | II. | III. |
|---|---|---|---|
| $g$ brai par $100^{cm^3}$ de solution | 25 | 1,5 | 2 |
| Nature du solvant | nitrobenzène | nitrobenzène | $o$-nitrotoluène |
| Densité de la solution (25°) | 1,28 | 1,20 | 0,98 |
| Viscosité $\eta^{25}$ (poises) | 0,0437 | 0,0197 | 0,0175 |
| Constante diélectrique $\varepsilon$ | 38 | 38 | 16 |
| Vitesse de migration U : (cm × $sec^{-1}$ par V × $cm^{-1}$) $10^5$ | 0,415 | 1,04 | 1,14 |
| Poids apparent au dépôt en $g$ | 0,320 | 0,025 | 0,058 |
| Poids réel P du dépôt en $g$ | 1,28 | 0,076 | 0,10 |
| Pourcentage de substance déposée : ($g$ dépôt P/$g$ brai) 100 | 5,12 | 5,07 | 5 |
| $U \times 10^5 \times \eta$ | 1,86 | 2,12 | 1,99 |
| Potentiel électrocinétique $\varsigma$ V $10^8$ ($\varsigma = 4\pi U\eta/\varepsilon$) | 6 | 6,9 | 15,7 |

Les essais ont été effectués sur 100$^{cm^3}$ de solution. Distance entre les électrodes, 1$^{cm}$; différence de potentiel, 100 volts. Particules de charges positives et de masse spécifique, 1,53.

On voit donc que la migration est à peu près inversement proportionnelle à la viscosité de la solution, mais elle paraît être indépendante de la constante diélectrique.

Le pourcentage de matière déposée par ces solutions de brai (5 %) est nettement inférieur à celui de matière insoluble dans le benzène (20,5 %).

Les essais de sulfonation du dépôt avec de l'acide sulfurique fumant à 200° ont donné moins de 2 % de substances solubles.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Vérification du principe de Lavoisier sur des graines en voie de germination.* Note de M. **Émile Rinck**, présentée par M. Louis Hackspill.

Exception faite des phénomènes de désintégration atomique, la validité du principe de Lavoisier est universellement admise aussi bien dans le domaine de la Chimie pure que dans celui des échanges biochimiques se déroulant dans les organismes vivants.

Toutefois, peu de vérifications rigoureuses semblent avoir été entreprises dans ce dernier cas. Or un travail important, dû à R. Hauschka (1), semble infirmer la validité du principe de la conservation de la matière dans le domaine végétal, lorsque des graines se trouvent en état de germination. La publication de R. Hauschka étant peu connue en France et difficilement accessible dans les circonstances actuelles, nous allons résumer brièvement ses expériences et les résultats qu'il a obtenus.

R. Hauschka a fait germer des graines de Cresson (Cresson des jardins) en vases clos, constitués dans ses premiers essais par des pèse-filtres à bouchon rodé soigneusement graissé et dans la suite, par des ampoules de 20$^{cm^3}$ scellées après introduction de la semence.

Au cours de la germination, les ampoules furent pesées à intervalles réguliers sur une micro-balance. Pour éliminer l'influence gênante de la variation du poids spécifique de l'air, une ampoule de même volume que celle contenant les graines fut placée sur l'autre plateau de la balance. La pesée d'un pèse-filtre témoin, effectuée dans les mêmes conditions, avait montré que l'erreur absolue de la pesée restait inférieure à 0$^{mg}$,01 (10$^{\gamma}$). Dans chaque essai, environ 0$^{g}$,5 de graines furent soumises à la germination. Ces expériences furent poursuivies sans interruption pendant plus de six ans, soit de janvier 1934 à mai 1940.

Voici les résultats obtenus par R. Hauschka :

---

(1) *Substanzlehre*, Francfort, 1942.

Au cours de la germination, on observe des variations de masse pouvant atteindre et même dépasser $3^{mg}$, soit 0,6 % du poids des graines mises en œuvre. Ces variations sont tantôt positives, il y a création de matière, et ceci toujours dans les périodes de pleine lune, tantôt négatives, dans les périodes de nouvelle lune. De plus, la valeur absolue de ces variations était maximum au printemps, moins forte en automne, minimum ou presque nulle en été. Enfin, cette valeur absolue a changé légèrement au cours des années d'observation.

Ces résultats extraordinaires touchant à un principe fondamental de la Chimie nous ont incité à refaire le travail de R. Hauschka. Nos expériences ont été poursuivies pendant plus de deux ans : de janvier à décembre 1944, puis de janvier 1946 jusqu'à ce jour.

*Conditions expérimentales.* — $300^{mg}$ de graines de Cresson des jardins, soigneusement sélectionnées, sont introduites dans un tube à essai en verre mince d'Iéna, puis additionnées de $0^{cm^3},4$ d'eau distillée. Après quelques instants les graines sont étalées sur la paroi, puis l'atmosphère du tube est enrichie en oxygène, ce qui facilite beaucoup la germination. Après scellement, le tube est soigneusement nettoyé pour que sa surface extérieure soit parfaitement propre. Son volume à température ordinaire est déterminé à 1/200 de centimètre cube près dans un pycnomètre. Ce volume a toujours été de l'ordre de $23^{cm^3}$. Ces opérations sont suivies de la détermination du poids à l'origine. Les tubes sont conservés à l'abri de la poussière dans un endroit clair et tempéré. Dans ces conditions, la germination se déclenche 24 à 48 heures après le remplissage. Elle s'arrête à un stade plus ou moins avancé une huitaine de jours plus tard, puis les germes commencent à pourrir. L'expérience est arrêtée après 15 jours.

Au moins une fois par jour, le poids des tubes est contrôlé sur une microbalance sensible à $1^{\gamma}$. Pour cela, les tubes sont soigneusement essuyés puis soumis à l'action d'une substance radioactive. Le tube contenant les germes est placé sur le plateau gauche de la balance, sur le plateau droit se trouvent placés les poids marqués et le tube-tare dont le volume, également connu à 1/200 de centimètre cube près, diffère de moins de $1^{cm^3}$ de celui du tube à graines. Au moment de la pesée, la mesure de la température et de la pression barométrique fournit tous les éléments nécessaires au calcul de la correction de poussée exercée par l'air sur la différence de volume tare-tube, et sur les poids marqués en laiton platiné et en aluminium. Pour nous garantir contre des erreurs accidentelles, nous avons toujours préparé des séries de deux ou trois tubes identiques. Deux tubes témoins sont pesés avant et après la pesée des tubes à germination.

*Résultats.* — Au cours de la première année de nos essais, où notre balance fut placée dans un endroit défavorable, les variations observées du poids des tubes à germination dépassaient rarement $60^{\gamma}$ ; ces variations furent abso-

lument irrégulières. Sur 300$^{mg}$ de graines mises en œuvre, la variation relative ne fut donc que de 0,02 %. Ces variations nous semblaient d'ailleurs essentiellement dues à l'inconstance de la température ambiante. Les expériences entreprises depuis 1946 dans des conditions plus favorables ont montré des variations irrégulières plus faibles. Ayant réalisé récemment une meilleure constance de la température de la cage de la balance, ces variations furent presque toujours inférieures à 30$^{\gamma}$. Enfin, les nombreuses séries étudiées n'ont jamais révélé la moindre influence des phases lunaires.

Les résultats du travail de R. Hauschka n'ont pu être confirmés. Nos expériences montrent, au contraire, que le principe de Lavoisier reste valable ici à 1/10 000 près. Une remarque s'impose toutefois : au cours de nos dernières séries d'essais, nous avons constaté que les variations du poids des tubes à germination, tout en restant inférieures à 30$^{\gamma}$ (pour 300 000$^{\gamma}$ de graines), sont presque toujours supérieures à celles des tubes-témoins, contenant une substance inerte, conservés et pesés dans des conditions identiques.

Nos expériences se poursuivent en vue d'élucider ce point.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Sur l'anisotropie optique des bronzes et des alliages cuivre-antimoine.* Note de M. **Théophile Cambon**, présentée par M. Charles Mauguin.

I. Bronzes. — Les bronzes constituent une série d'alliages Cu-Sn comprenant : 1° une phase $\alpha$, solution solide de Sn dans Cu, cubique; 2° une phase $\beta$ à 15 % environ de Sn, cubique. Stable seulement au-dessus de 587°, elle donne, au-dessous de cette température, par réaction eutectoïdale, un mélange des deux phases $\alpha$ et $\delta$; 3° une phase $\gamma$ à 34 % environ de Sn, hexagonale. Stable au-dessus de 520°, elle forme, au-dessous de cette température, les deux phases $\alpha$ et $\delta$; 4° la combinaison définie $\delta$ ($Cu_4Sn$), cubique, résultant de réactions eutectoïdales à partir de $\beta$ et de $\gamma$; 5° la combinaison définie $\varepsilon$ ($Cu_3Sn$), hexagonale; 6° une phase $\eta$ (environ 60 % de Sn) hexagonale, qui constitue, dans les alliages bien recuits, la combinaison définie $Cu_3Sn_2$; 7° une solution K de Cu dans Sn, quadratique.

L'anisotropie optique de l'étain a été précisée par L. Capdecomme [1]. Nous apportons ici les caractères optiques relatifs aux phases anisotropes précédentes :

1° *Phase* $\gamma$. — Par trempe, nous avons pu conserver à froid la phase $\gamma$ en fines dendrites dont les lamelles, à extinctions droites, s'étalent suivant $p$ (0001).

*Caractères observés.* — Cristaux optiquement *négatifs*; rotations maxima $\omega_M$ de l'ordre de 0°,5 ; anisotropie croissant quand la longueur d'onde augmente; teintes allant du vert au jaune orangé.

(1) *Caractères optiques de cristaux métalliques* (*Bull. Soc. fr. Min.*, **64**, 1941).

2° *Phase* ε ($Cu_3Sn$). — Divers échantillons dont la composition varie de 33 à 38 % Sn ont montré les deux phases δ et ε juxtaposées. La première est isotrope, ce qui confirme sa symétrie cubique; la deuxième, $Cu_3Sn$, est, à la fois, fortement anisotrope et très dispersive. Son pouvoir réflecteur moyen est nettement plus faible que celui de la phase δ, ce qui permet de distinguer aisément entre eux ces deux constituants en lumière naturelle. $Cu_3Sn$ se présente en lamelles aplaties suivant *p* (0001), dont l'orientation est confirmée par l'isotropie optique du plan d'aplatissement. Leurs allongements, à extinctions, toujours droites, indiquent ainsi le pouvoir réflecteur $R_0$ sur chaque section.

*Caractères observés*. — Cristaux optiquement *positifs*; rotations maxima $\omega_M$ de l'ordre de 2°; anisotropie croissant quand la longueur d'onde augmente; teintes allant de l'orangé vif au bleu pâle.

3° *Phase* η ($Cu_3Sn_2$). — Les déterminations n'ont pu être faites que sur des alliages recuits pendant 21 jours à 350°. Ces alliages apparaissent alors en grains arrondis, sans forme géométrique nette. Nous avons choisi une large section qui a été taillée perpendiculairement suivant ses deux directions privilégiées. L'une des sections obtenues est quelconque, mais contient $R_0$ et présente des extinctions droites par rapport aux traces des plans de coupe. Elle permet de déterminer le signe optique du cristal. L'autre section, perpendiculaire à $R_0$, est une méridienne de l'indicatrice des pouvoirs réflecteurs; contenant $R_0$ et $R_e$, elle se prête aux autres déterminations optiques.

*Caractères observés*. — Cristaux optiquement *négatifs*; rotations maxima $\omega_M$ de l'ordre de 0°,5; anisotropie décroissant quand la longueur d'onde augmente; teintes allant du gris bleuté au blanc.

Avant recuit, ces alliages correspondent à des équilibres imparfaits et montrent des dendrites dont l'anisotropie, d'ailleurs variable, croît des bords vers le centre entre celle de la phase η et celle de la phase ε. Il s'agit de solutions solides de ces deux phases, présentant une structure zonée.

II. *Alliages cuivre-antimoine*. — Les alliages Cu-Sb montrent : 1° une solution solide α de Sb dans Cu, cubique; 2° la combinaison définie β ($Cu_3Sb$), hexagonale, qui peut dissoudre ses constituants en quantité importante; 3° la combinaison définie γ ($Cu_2Sb$), quadratique; 4° une solution solide δ de Cu dans Sb, rhomboédrique.

L. Capdecomme a précisé les caractères optiques de l'antimoine [1]. Nous décrirons ici ceux des deux autres phases anisotropes :

1° *Phase* β ($Cu_3Sb$). — Nous l'avons observée sous forme de grains arrondis constituant des alliages homogènes à macles polysynthétiques, dont la composition peut varier. C'est la méthode des coupes perpendiculaires qui nous a permis de préciser l'ensemble de ses caractères optiques.

*Caractères observés*. — Cristaux optiquement *positifs*; rotations maxima $\omega_M$ de l'ordre de 1°,5; anisotropie décroissant quand la longueur d'onde augmente; teintes allant du jaune clair au gris bleu.

La présence de cuivre en solution diminue légèrement l'anisotropie et atténue les teintes de dispersion. La présence d'antimoine en solution favorise la formation des macles polysynthétiques.

Dans les alliages refroidis très lentement les caractères optiques montrent que les cristaux ont tendance à s'allonger suivant l'axe principal.

2° *Phase* $\gamma$ ($Cu_2Sb$). — Nous avons obtenu des cristaux aplatis suivant $p(001)$, dans un fond de $\delta$.

*Caractères observés.* — Cristaux optiquement *négatifs*; rotations maxima $\omega_M$ de l'ordre de 1°; anisotropie croissant quand la longueur d'onde augmente; très belles teintes d'anisotropie allant du rouge violacé au jaune clair.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'énolisation de l'acide thiol-3 céto-2 propanoïque.* Note de M. **Jacques Parrod**, présentée par M. Marcel Delepine.

La combinaison que j'ai décrite [1] sous le nom de mercaptopyruvate d'ammonium donne une 2.4-dinitrophénylhydrazone avec un rendement presque théorique. Cependant, cette propriété ne suffit pas pour qu'il soit permis de lui attribuer la formule cétonique

$$CH_2SH-CO-CO_2NH_4,$$

à laquelle correspond le nom de thiol-3 céto-2 propanoate d'ammonium; il est encore nécessaire d'établir que ses deux isomères énoliques possibles

$$\begin{array}{cc} H & CO_2NH_4 \\ | & | \\ C & = C \\ | & | \\ SH & OH \end{array} \qquad \begin{array}{cc} H & OH \\ | & | \\ C & = C \\ | & | \\ SH & CO_2NH_4 \end{array}$$

ou tout au moins l'un d'entre eux, existent de façon indépendante et ne se combinent pas à la 2.4-dinitrophénylhydrazine.

J'ai alors recherché si, dans certaines conditions, le produit précédent n'évolue pas. Pour cela, à des prises d'essai de sa solution à 1/20 mol/g par litre, on ajoute un acide, une base ou un sel minéral. L'épreuve s'effectue soit immédiatement, soit après un certain temps de contact, en chauffant avec un excès de solution à 1 % de 2.4-dinitrophénylhydrazine dans l'acide chlorhydrique 2*n*. Elle est suffisamment sensible, car le précipité formé après refroidissement est encore très appréciable, pour une concentration en mercaptopyruvate d'ammonium égale à 1/20 mol/g par litre. Les substances ajoutées n'influent pas sur le résultat de façon immédiate, et il en est de même pour les acides, après plusieurs jours; avec l'ammoniac ou la soude, au

---

(1) *Comptes rendus*, **215**, 1942, p. 146; **218**, 1944, p. 599; *Bull. Soc. Chim.*, 1947, p. 109.

contraire, on n'observe plus, après 48 heures, qu'un louche très léger. A la concentration de 1/8 mol/g par litre, après le même laps de temps, les sels de sodium, potassium, magnésium, calcium, baryum, manganèse, zinc et chrome n'ont aucune influence, tandis que ceux de fer, nickel, cobalt et cadmium provoquent une disparition à peu près complète de la réaction.

Dans le cas du chlorure de cadmium, j'ai réussi à isoler le produit formé. En partant de solutions 6 à 7 fois plus concentrées, on observe la formation progressive de fines aiguilles insolubles dans l'eau et les solvants usuels, solubles dans l'acide chlorhydrique et l'ammoniaque étendus. Leur composition centésimale correspond à la formule $(C_3H_3O_3S)_2Cd + H_2O$.

On peut éliminer le cadmium en saturant d'hydrogène sulfuré leur suspension dans l'eau. Après évaporation, l'acide se présente sous forme d'une masse visqueuse soluble dans l'eau, l'alcool et l'éther. Le sel d'ammonium $(C_3H_3O_3S)NH_4$ se forme lorsqu'on introduit de l'ammoniac dans sa solution alcoolique ; c'est une poudre cristalline incolore, très soluble dans l'eau, insoluble dans les autres solvants.

En ajoutant à la solution aqueuse de l'acide, de l'eau de baryte, jusqu'à commencement de précipitation, on obtient par évaporation de petits cristaux incolores répondant à la formule

$$(C_3H_3O_3S)_2Ba + (C_3H_3O_3S)H + 3H_2O.$$

Ils sont assez solubles dans l'eau froide, plus solubles dans l'eau chaude, d'où ils cristallisent par refroidissement.

Toutes ces combinaisons dérivent donc d'un acide isomère de l'acide thiol-3 céto-2 propanoïque; elles ne donnent plus qu'un faible louche avec la 2.4-dinitrophénylhydrazine; on peut alors les considérer comme des sels de l'acide thiol-3 hydroxy-2 propène-2 oïque. Comme dans le cas des produits cétoniques, elles réduisent, en milieu aqueux acide, jusqu'à six atomes d'iode par groupe thiol, mais beaucoup plus lentement; finalement, on trouve encore, parmi les produits d'oxydation, une quantité notable d'acide sulfurique.

Les formes cétonique et énolique diffèrent, en dehors de la précipitation d'une dinitrophénylhydrazone, par une réaction colorée, obtenue en ajoutant à leurs solutions aqueuses une faible proportion moléculaire d'un sel ferreux et de l'ammoniaque. Avec la première, on voit se développer par agitation à l'air, une coloration bleue qui vire au vert par la suite, et avec la seconde une coloration rouge violacé assez stable. Lorsque le sel ferreux est introduit en proportion moléculaire voisine de celle de la substance organique, les teintes deviennent respectivement verdâtre et brune. La limite de sensibilité correspond à environ 1/1000 mol/g/l.

En résumé, j'ai indiqué des conditions dans lesquelles s'énolise l'acide thiol-3 céto-2 propanoïque, isolé le produit formé et comparé ses propriétés à celles du premier.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le monochlorodiacétyle et certains thiazols qui en dérivent.* Note de M^lle **Yvonne Garreau**, transmise par M. Marcel Delépine.

On n'avait décrit jusqu'ici que des dérivés polychlorés du diacétyle. Par action sur celui-ci du chlorure de sulfuryle ajouté très lentement, en quantité calculée, puis par fractionnement dans le vide, j'ai réussi à isoler le monochlorodiacétyle $CH_2Cl—CO—CO—CH_3$. C'est un liquide jaune verdâtre, fortement lacrymogène, É 56° sous 15$^{mm}$; miscible aux solvants organiques usuels. Dans l'eau, il se dissout lentement, par agitation, avec un léger dégagement de chaleur. Il réagit sur la thiourée et le dithiocarbamate d'ammonium en donnant vraisemblablement les thiazols correspondants.

La première réaction s'amorce lorsqu'on tiédit un mélange d'un volume de monochlorodiacétyle, d'un volume d'alcool et de la quantité calculée de thiourée pulvérisée. Après une vive ébullition, le chlorhydrate d'amino-2 acéto-4 thiazol (I) cristallise en longues aiguilles jaunâtres (F 188°), très solubles dans l'eau et l'alcool méthylique, peu solubles dans l'alcool éthylique, insolubles dans l'éther et le benzène.

```
CH3—CO—C=CH          CH3—CO—C=CH          CH2—C—CO—CH2
        |  |                 |  |              ||       |
        N  S                 N  S              N        S
         \/                   \/                \      /
        C—NH2                C—SH                C=NH
         (I)                  (II)               (III)
```

Lorsqu'on neutralise la solution aqueuse du chlorhydrate par l'ammoniaque étendue, la base précipite sous forme de prismes incolores (F 230°), solubles dans l'eau chaude, très solubles dans les alcools méthylique et éthylique, solubles dans l'acétone et le benzène, à chaud, peu solubles dans l'éther.

Dans cette combinaison, la fonction amine est caractérisée par la formation sous l'action du chlorure d'acétyle en milieu pyridique d'un dérivé acétylé, cristallisant en prismes microscopiques.

La fonction cétonique se manifeste par l'obtention du chlorhydrate de la dinitro-2.4 phénylhydrazone, dont les aiguilles orangées (F $>$ 240°), sont peu solubles dans l'acétone et le benzène, insolubles dans les autres solvants usuels.

Ces propriétés sont bien en accord avec la constitution proposée, mais il n'est pas possible, pour l'instant, d'éliminer complètement l'hypothèse d'un noyau à six atomes, c'est-à-dire la formule de constitution (III).

Le chlorhydrate d'amino-2 acéto-4 thiazol décolore instantanément le brome en milieu acétique, et le bromhydrate d'amino-2 acéto-4 bromo-5 thiazol cristallise en prismes microscopiques (F $>$ 240°), très solubles dans les alcools méthylique et éthylique chauds, insolubles dans l'acétone et l'éther. Sa dinitro-2.4 phénylhydrazone précipite à l'état d'aiguilles, insolubles dans l'ammoniaque et l'acide chlorhydrique dilués.

Le monochlorodiacétile réagit sur le dithiocarbamate d'ammonium, dans les mêmes conditions que sur la thiourée, pour donner une combinaison qui, sous les réserves précédentes, serait le thiol-2 acéto-4 thiazol (II). Elle se présente sous forme de prismes microscopiques (F $>$ 240°), insolubles dans l'eau, solubles dans les alcools méthylique et éthylique, le benzène, l'acétone; peu solubles dans l'éther; insolubles dans les acides étendus, solubles dans les alcalis étendus d'où elle précipite par addition d'acide acétique.

Sa dinitro-2.4-phénylhydrazone cristallise en prismes microscopiques rouges, (F $>$ 240°), insolubles dans les solvants usuels, sauf l'acétone et le benzène. Sa solution alcoolique décolore la quantité calculée d'iode et le disulfure se dépose à l'état de prismes microscopiques solubles dans l'acétone et le benzène. Elle donne avec le chlorure ferrique, une coloration rouge violacé; avec le bichlorure de mercure, en solution alcoolique, elle fournit un précipité bien cristallisé. Ce sont là, deux réactions des mercaptans.

En résumé, j'ai indiqué la préparation et les propriétés principales du monochlorodiacétyle, de l'amino-2 acéto-4 thiazol, du thiol-2 acéto-4 thiazol, et de quelques-uns de leurs dérivés.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Passage expérimental de la montmorillonite à une phyllite à équidistance stable de* 14 Å. Note [1] de M^lle **Simonne Caillère** et MM. **Stéphane Hénin** et **Jacques Mering**.

Dans une Note antérieure [2], nous avons montré qu'en traitant la montmorillonite de Cadouin par des solutions de divers électrolytes, en particulier de nitrate d'aluminium, on transformait une partie de la montmorillonite en une phyllite du type kaolinique.

Si l'on prend la même montmorillonite (courbe I) et qu'on la traite à la température ordinaire par une solution à 20 % de $MgCl_2$ pendant quatre jours et si, après décantation de la solution claire surnageante, on ajoute 10 gouttes d'ammoniaque concentré en agitant, on obtient un produit qui possède les caractéristiques suivantes :

La courbe d'analyse thermique (courbe II) montre l'apparition de deux crochets endothermiques, l'un vers 550-600°, l'autre vers 750° suivi immédiatement par un phénomène exothermique; c'est là, à quelques détails près, on peut le constater, la courbe fournie par diverses chlorites et en particulier par la shéridanite de Comberousse (courbe III) [3]. Le petit crochet vers 450° de la courbe II doit correspondre à la présence de brucite formée hors du réseau par le traitement à l'ammoniaque.

L'examen aux rayons X montre que le diagramme de ce minéral présente

---

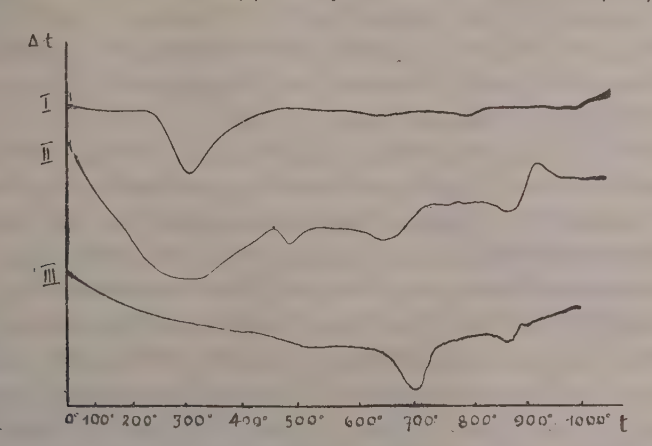
(1) Séance du 10 mars 1947.

(2) S. Caillère et S. Hénin, *Comptes rendus*, **224**, 1947, pp. 53-55.

(3) J. Orcel, *Bull. Soc. fr. Minér., Thèse*, **50**, 1927, p. 189.

une raie correspondant à l'équidistance 14 Å et à ses trois ordres successifs.

Contrairement à ce qui s'est produit lors de la transformation de la montmorillonite en kaolinite ([2]), le système de réflexion (00$l$), y compris




la raie à 14 Å s'est montré indépendant des conditions de milieu. En effet, les diagrammes fournis par le minéral imbibé de glycérine, d'eau, ou séché par chauffage à 350°, ne montrent pas de variations, ni de la raie de grand écartement, ni de ses ordres successifs. On a donc obtenu un produit voisin du type chlorite-vermiculite.

Cependant, l'identité n'est pas complète car les intensités relatives de la série (00$l$) ne sont pas celles de la chlorite ; en particulier, la raie correspondant à 14 Å est beaucoup plus intense que pour ce dernier minéral. Notons enfin que le chauffage à 350° a modifié le rapport des intensités en rapprochant celles-ci de la série type chlorite.

Le mécanisme de la formation de cette substance semble devoir être le suivant :

$$\text{Montmorillonite Mg} + 2\,HN_4OH \rightarrow \text{Montmorillonite }(NH_4) + Mg(OH)_2.$$

Étant donnée l'inertie du produit ainsi constitué vis-à-vis de l'action de l'eau, il est vraisemblable que les ions $NH_4$, fixés au moment de la réaction sur le feuillet, sont bloqués dans le système.

GÉOLOGIE. — *Conditions structurales profondes du Bassin de Paris.* Note ([1]) de M. **Constant-Pierre Nicolesco**, présentée par M. Emm. de Margerie.

Depuis nombre d'années, des géologues du Bassin de Paris ont essayé de reconnaître la présence et de préciser tant la forme que l'importance des accidents tectoniques affectant ses strates souterraines. La plupart

([1]) Séance du 10 mars 1947.

faisaient usage d'observations de surface. Aussi, leur synthèse pêche-t-elle soit par la rigidité des accidents établis [2], soit par la multiplicité et par la systématique trop rigoureuse des plissements conçus [3], soit par la théorie des raccordements de plis, armoricains et varisques, sous la Brie et la Champagne [4] etc. Ces tentatives ne constituent plus aujourd'hui que de simples thèmes de travail, dépassés par le progrès de nos connaissances actuelles et en plein désaccord avec les faits.

Or, l'étude de nombreux forages profonds de ce bassin ainsi que des coupes établies à l'aide de leurs profils, avec pose sur un plan systématique et mise en corrélation de déductions comparables, permet d'assigner aux accidents reconnus l'emplacement propre à chacun, et ainsi non seulement de réduire considérablement leur nombre, mais aussi et surtout de prouver que la majorité d'entre eux sont loin d'avoir le développement qu'on leur attribue encore de nos jours, presque tous, sinon tous étant des brachy-anticlinaux et des brachy-synclinaux, souvent interrompus ou relayés par des inflexions d'axe dans le sens vertical ou dans le sens horizontal. A l'appui, on peut invoquer l'existence fréquente de petits dômes et cuvettes isolés. L'anticlinal du Pays de Bray, l'un des plus importants accidents du Bassin de Paris, est lui-même formé de deux dômes allongés, séparés par un bas-fond; tout comme le synclinal de la Somme l'est de deux fosses séparées par un haut-fond. La discontinuité de ces accidents tectoniques n'est donc pas seulement attribuable à la présence de failles [5], mais aussi et plutôt aux changements du mode de plissement des couches profondes de ce bassin.

D'après l'altitude du sommet du Cénomanien, pour la région couverte par les départements de l'Eure, l'Eure-et-Loir, la Seine-Inférieure, la Somme, la Seine, la Seine-et-Marne, la Seine-et-Oise, l'Oise, je noterai l'existence des accidents suivants, pour les plus importants : l'Anticlinal du Roumois, depuis Fécamp (+ 0) jusqu'aux approches Ouest de Saint-André-de-l'Eure (— 22), en passant par Saint-Didier-des-Bois (+ 160) et affecté de la faille de Villequier; le Synclinal de l'Eure, depuis le nord de Gauciel (— 80) jusqu'à Viry-Châtillon (— 543), en passant par Orgérus (— 258); l'Anticlinal de Vernon-Beynes, depuis Pressagny-Orgueilleux (+ 38) jusqu'aux

---

(2) E. Hébert, Exposition géologique et paléontologique du Havre en 1917 (*B. S. G. F.*, t. VI, pp. 434-477, fig. 1-4, 1 esquisse tect., le Havre, 1879).

(3) G.-F. Dollfus, *Relations entre la structure géologique du Bassin de Paris et son Hydrographie* (*Ann. Géogr.*, 9, pp. 5-51, 2 fig. et 1 pl., Paris, 1900).

(4) G. Corroy, Le Néocomien de la bordure orientale du Bassin de Paris, *Thèse*, Paris, 1925.

(5) C.-P. Nicolesco, *Eaux souterraines des régions crayeuses et principalement du Pays de Caux* (*C. I. Mines. Métal. et Géol. appliquée*, VIIe session, pp. 676-681, 1 carte, Paris, 20-26 octobre 1935).

environs de Champigny, en passant par Versailles (— 284); le Synclinal de Gisors-Pontoise, depuis les environs Sud de l'Andelle jusqu'à l'est d'Aulnay-sous-Bois (— 591), en passant par Gisors (— 238); l'Anticlinal du Pays de Bray, depuis la région des Grandes-Ventes (+ 75) jusqu'au cours de l'Oise; le Synclinal de la Somme, depuis la région de Saint-Blimont (— 148) jusqu'à celle de Soissons, en passant par Saigneville (— 103) et Amiens (— 122). Notons, ensuite, le petit Anticlinal de Rouen, depuis Doudeville (+ 17) jusqu'au sud de Saint-Martin-du-Vivier (+ 57), en passant par Monville et affecté par la faille de Pavilly; le petit Synclinal de Saint-Pierre-en-Port (— 96); le court Synclinal de Dieppe (— 101)-Arques-la-Bataille (— 132); l'Anticlinal de Berneval-sur-Mer; le Synclinal de Criel-sur-Mer; le Synclinal d'Eu (— 65)-Gamaches (— 19) etc. Ajoutons les dômes d'Ancennes (+ 43)-Blangy (+ 50)-Senarpont (+ 59), de Doullens (+ 7), d'Envermeu, de Monville etc.

La région faillée traversée par le cours inférieur de la Seine est une zone *affaissée*, comprise entre la faille du Roumois et celle de Rouen et appartenant en partie à l'Anticlinal du Roumois, au Synclinal de Saint-Pierre-en-Port, au Synclinal de l'Eure, à l'Anticlinal de Vernon-Beynes et à celui de Rouen, tels qu'ils sont exposés ici.

L'Anticlinal de Gamaches, dénommé ainsi à tort par G.-F. Dollfus, est en réalité un Synclinal, partie intégrante et en amont de celui d'Eu, se relayant vers le Sud au dôme de Senarpont. Celui-ci est séparé du dôme allongé de Marly-lès-Compiègne par une large dépression vers le milieu de laquelle gît la fosse de Courcelles-sous-Moyencourt (— 133).

La grande fosse de subsidence de Paris, dite de Saint-Denis, en aval des deux synclinaux de l'Eure et de Gisors-Pontoise, bien plus profonde dans l'axe du dernier nommé et quoique incomplètement explorée, a une extension régionale bien plus considérable que celle envisagée jusqu'à ce jour.

L'intérêt de ces observations scientifiques est aussi d'ordre purement pratique. En fait, les recherches hydrologiques, mieux, le succès et le débit des forages à venir, en dépendront dans une large mesure.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Conservation de l'acide ascorbique dans les milieux colloïdaux*. Note de M. **Pierre Lecat**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Nous avons signalé dans une première Note nos observations sur l'influence conservatrice de la gélose sur la vitamine C, et indiqué que nous y voyons un début d'indication sur le mécanisme de conservation de l'acide ascorbique au sein des tissus vivants. Pour nous assurer que cette propriété est le fait, non de la gélose en elle-même, mais de l'état colloïdal de sa matière, nous avons essayé la con-

servation de l'acide ascorbique dans deux corps chimiquement très différents, mais tout deux à l'état colloïdal : la gélatine, comme représentant des colloïdes d'origine animale, la silice, comme représentant des colloïdes d'origine minérale. La gélatine employée était un produit du commerce à 1,35 % de cendres et de pH 6,4. Le gel de silice, également produit du commerce, primitivement légèrement acide, fut amené à pH 6,5 par de la potasse. Le gel primitif à 10 % de matière sèche se sépara par synérèse en une solution aqueuse et un nouveau gel à 20 % de silice qui fut seul employé. Comme pour la gélose, nous avons étudié non seulement l'influence de la concentration de l'hydrogel en matière sèche, mais encore l'influence des conditions physiques extérieures de conservation : température-lumière.

Voici les pourcentages restants de l'acide ascorbique initial ($200^{\gamma}$ par centimètre cube) de huit jours en huit jours :

1° *Gélatine.*

| Concentration du colloïde (%). | A la glacière | | | | | A l'étuve à 32° (obscurité) | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 8 j. | 15 j. | 21 j. | 28 j. | 35 j. | 8 j. | 15 j. | 21 j. | 28 j. | 35 j. |
| 0,01....... | 52 | 24 | 8 | 0 | – | 2 | 0 | – | – | – |
| 0,02....... | 60 | 28 | 9 | 0 | – | 2 | 0 | – | – | – |
| 0,1........ | 70 | 58 | 40 | 28 | 18 | 38 | 16 | 12 | 0 | – |
| 1,0........ | 100 | 94 | 90 | 87 | 84 | 72 | 60 | 28 | 14 | 0 |

*Température variable du dehors. Mois de juin à Paris.*

| Concentration du colloïde (%). | A la lumière | | | | | A l'obscurité | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 8 j. | 15 j. | 21 j. | 28 j. | 35 j. | 8 j. | 15 j. | 21 j. | 28 j. | 35 j. |
| 0,01....... | 12 | 0 | – | – | – | 32 | 0 | – | – | – |
| 0,02....... | 12 | 0 | – | – | – | 36 | 0 | – | – | – |
| 0,1........ | 28 | 0 | – | – | – | 32 | 0 | – | – | – |
| 1,0........ | 18 | 0 | – | – | – | 94 | 78 | 68 | 60 | 56 |

Nous avons pu également nous assurer que la chlorophylle avait un effet protecteur sensiblement égal à celui de l'obscurité sur l'acide ascorbique en milieu colloïdal.

*Conclusion.* — 1° La gélatine et la silice colloïdale sont également de bonnes conservatrices de l'acide ascorbique, mais l'action de la concentration brute du gel en matière sèche est plus sensible pour la gélatine que pour la gélose. 2° Les hydrogels ou hydrosols de matières organiques ou minérales sont des milieux propices à la conservation de l'acide ascorbique. 3° La conservation est fonction de la concentration du colloïde dans la phase dispersante. Elle croît jusqu'à une concentration optima, variable avec la substance et au delà de laquelle il y a décroissance du phénomène. 4° Le froid et l'obscurité sont les meilleures conditions physiques de conservation de l'acide ascorbique dans les milieux colloïdaux. La lumière du jour a un effet destructeur très marqué; il est donc indispensable, au cours des dosages de l'acide ascor-

bique dans les milieux biologiques, de se mettre le plus possible à l'abri de la lumière. 5° Au voisinage de la concentration optima du colloïde, les conditions physiques extérieures perdent beaucoup de leur importance.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *La pourriture visqueuse de la Betterave gelée : présence d'une glucofructosane.* Note de M. **Henri Belval** et M^lle^ **Berthe Delaporte**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Les bactéries capables de transformer le saccharose en glucides lévogyres, formant des gelées plus ou moins visqueuses, abondent dans le sol; il n'est pas surprenant qu'elles envahissent les betteraves tuées par le froid. Nous avons décrit l'une d'elles, *Phytomonas betæ-gelatæ*, ainsi que la fructosane qu'elle produit (1).

D'un nouveau lot de racines gelées, nous avons isolé une autre bactérie qui, toujours aux dépens du saccharose, élabore non pas une fructosane, mais une *glucofructosane.* La pourriture des racines se manifeste de la même façon : noircissement de la pulpe, apparition de gouttelettes visqueuses qui suintent à la surface. Il est possible d'extraire la fructosane du jus même de la Betterave; il est plus facile de l'obtenir à partir du saccharose en culture pure.

Quelles que soient leurs origines, les produits purifiés se présentent, après dessiccation, sous l'aspect de poudres blanches, très peu hygroscopiques, facilement solubles, mais donnant des solutions opalescentes et visqueuses. Le pouvoir rotatoire est voisin de — 40°, constamment compris entre — 37° et — 42°, écart qui est dû à l'imprécision des lectures polarimétriques, du fait de l'opalescence des liqueurs. Après hydrolyse par les acides dilués, toute opalescence disparaît, le pouvoir rotatoire est égal à — 77°, à 15°. Les échantillons étant exempts de saccharose, il faut admettre, dans les produits d'hydrolyse, la présence d'un glucide dextrogyre libéré en même temps que le fructose. L'oxydation par le brome et par la méthode de Bougaud, à l'iode en milieu alcalin, permet de fixer à 75 le pourcentage du sucre aldéhydique. Ce dernier n'est autre que le glucose, comme le prouvent : l'absence d'hydrazone facilement cristallisable à froid, la production d'osazone ayant même forme cristalline et même point de fusion instantané que la glucosazone pure, et surtout l'obtention, sous l'action de l'émulsine et en présence d'alcool méthylique, de méthylglucoside qu'on a pu isoler à l'état cristallisé. Il s'agit donc bien d'une glucofructosane. C'est la première fois qu'une telle substance est signalée et identifiée parmi les fructosanes d'origine bactérienne.

(1) H. Belval, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 854; H. Belval et B. Delaporte, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 532; B. Delaporte et H. Belval, *ibid.*, **222**, 1946, p. 1011.

Il existe dans les Monocotylédones nombre de substances analogues : toutes, à des degrés divers, sont tributaires de la sucrase; la glucofructosane d'origine bactérienne ne fait pas exception; dans une solution à 2 %, en présence de 1 % de sucrase, en dix jours, le pH étant égal à 4, il en est transformé 50 % ; il faut plus de trois semaines pour arriver à l'hydrolyse totale. Aucune confusion n'est donc possible avec la fructosane du *Phytomonas betæ-gelatæ*, sur laquelle la même sucrase demeure sans action et pour laquelle les résultats des essais d'oxydation par le brome et par l'iode ont été constamment négatifs.

Au sein des tissus, la formation du produit visqueux s'accompagne d'une inversion notable du saccharose et d'une légère fermentation alcoolique; ce mécanisme a été suivi en culture pure sur jus de Betterave partiellement déféqué à la chaux et amené à pH 7. Les résultats, au bout de dix jours, à 22°, sont les suivants : le pH est voisin de 2,5; sur 7$^g$ de saccharose que contenait le milieu lors de l'ensemencement, il n'en subsiste plus que 0$^g$,72. Il en a donc disparu 6$^g$,28 que l'on retrouve en partie à l'état de sucre réducteur (1$^g$,52) et à l'état de glucofructosane (3$^g$,56). La fructosane représente ainsi 60 % des glucides restant à la fin des opérations; quant au rendement par rapport au sucre initial, il est de 50 %.

En culture pure (peptone 1 %, glucides 10 %), ni le glucose, ni le fructose, ni par conséquent le sucre interverti ne donnent naissance au produit lévogyre visqueux. Par contre, l'élaboration de la fructosane est indiscutable, bien que lente, avec le raffinose, le gentianose, le stachyose et le verbascose; on a pu l'isoler à l'état de complexe barytique et l'identifier par ses propriétés optiques.

Tout cela rappelle de très près ce qui se passe avec le *Phytomonas betæ-gelatæ*. Il est à remarquer toutefois que cette bactérie, douée d'un puissant pouvoir de synthèse, est rapidement mise hors d'état d'en faire usage; cela, parce qu'elle sécrète une sucrase très active qui a tôt fait d'intervertir le saccharose. En effet, en culture pure, sur le même jus de Betterave que ci-dessus, après trois jours, tout le saccharose a disparu; il s'est fait 4$^g$,30 de sucre réducteur contre seulement 2$^g$,30 de fructosane; et, dès lors, la teneur en fructosane n'augmente plus. Moins riche en sucrase, la bactérie de la glucofructosane prolonge son action pendant une dizaine de jours. Mais, dans un cas comme dans l'autre, la synthèse ne se poursuit que dans la mesure où le milieu contient du saccharose. L'utilisation d'osides, ayant tous en commun la propriété de posséder une molécule de fructofuranose, est tout à fait en faveur de l'hypothèse qui voit, dans le fructose instable, à l'état naissant, la matière première des fructosanes d'origine bactérienne. Quant au glucose de la glucofructosane, rien n'indique qu'il soit emprunté au glucose des polyholosides; on sait, d'ailleurs, avec quelle facilité se produisent les isomérisations dans les

cellules vivantes; ne voit-on pas l'inuline du Topinambour se transformer non seulement en synanthrine, glucofructosane typique, mais encore en saccharose ?

CHIMIE AGRICOLE. — *Action de la fumure phosphatée sur les proportions des différentes combinaisons du phosphore dans les graminées et légumineuses de prairies*. Note de M. **Louis Maume**, présentée par M. Maurice Javillier.

Dans une prairie expérimentale, nous avons comparé, pendant trois années consécutives, la composition chimique de graminées et légumineuses vivant côte à côte dans chacune de nos parcelles d'expériences. La présente Note fait état des résultats relevés sur parcelles témoins et sur parcelles fortement phosphatées (quatre répétitions pour chacune des deux séries).

A. *Phosphore total*. — Légumineuses et graminées dominantes échantillonnées au début de la floraison accusent dès la première année dans les carrés phosphatés une richesse en $P_2O_5$ très nettement supérieure à celle des témoins. Chacun des chiffres ci-dessous représente la moyenne de quatre essais.

| Graminées. | $P_2O_5$ dans la matière sèche. Parcelles témoins. | phosphatées. | Légumineuses. | $P_2O_5$ dans la matière sèche Parcelles témoins. | phosphatées. |
|---|---|---|---|---|---|
| Avena elatior *L*. | 0,28 | 0,50 | Medicago sativa. *L*. | 0,35 | 0,66 |
| Dactylis glom. *L*. | 0,35 | 0,57 | Trifolium prat. *L*. | 0,29 | 0,60 |
| Poa prat. *L*. | 0,32 | 0,54 | Viscia cracca | 0,47 | 0,75 |

Ces différences restent sensiblement identiques la deuxième année. Elles subsistent la troisième, alors même que la fumure n'a pas été renouvelée. La plasticité chimique du végétal joue ici dans une très large mesure.

B. *Phosphore lipidique, minéral, protidique*. — Nous désirions savoir si, dans cet accroissement en phosphore total des végétaux vivant dans un milieu enrichi en $P_2O_5$, la répartition des différentes combinaisons du phosphore de la plante était proportionnelle aux teneurs initiales dans la plante témoin.

Nous avons volontairement limité notre examen aux trois formes suivantes : phosphore lipidique (extraction par l'alcool puis par l'éther), phosphore minéral (extraction par l'alcool à 95 et 0,2 % de ClH), phosphore protidique (partie du phosphore restant) (1).

(1) Tout en tenant compte des observations de MM. Javillier et Colin (*Bull. Soc. Chim. biol.*, 15, 1933, p. 1552), d'une part, et Michel Durand (*Le phosphore des végétaux*, Paris, 1939 et 1940), d'autre part, il ne nous a pas paru indispensable pour notre démonstration de faire la part du phosphore nucléique ou même du phosphore glucidique. Le nombre important des échantillons ne nous l'aurait d'ailleurs pas permis. Il est donc probable que notre lot phosphore minéral, par exemple, renferme une petite proportion de phosphore d'origine glucidique et même protéique hydrolysé.

| | Pour 100 p. de phosphore total. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | P. lipidique. | | P. minéral. | | P. protidique. | |
| | Parcelles | | Parcelles | | Parcelles | |
| | témoins. | phosph. | témoins. | phosph. | témoins. | phosph. |
| *Graminées.* | | | | | | |
| Avena elatior | 7,14 | 6,0 | 71,42 | 64,0 | 21,43 | 30,0 |
| Dactylis glom. | 9,09 | 5,27 | 66,66 | 63,14 | 24,24 | 31,58 |
| Poa prat. | 15,5 | 5,55 | 56,25 | 55,58 | 31,25 | 38,9 |
| *Légumineuses.* | | | | | | |
| Medicago sativa | 2,85 | 3,03 | 11,43 | 18,18 | 85,71 | 78,78 |
| Trifolium prat. | 7,14 | 4,99 | 10,71 | 16,67 | 82,14 | 78,33 |
| Viscia cracca | 12,76 | 5,33 | 19,15 | 20,0 | 68,09 | 74,66 |
| *Foin des parcelles témoins.* | | | | | | |
| Légumineuses 35 %, Graminées 30 %, Aut. familles 35 % | 3,2 | | 32,3 | | 64,5 | |
| *Foin des parcelles phosphatées.* | | | | | | |
| Légumineuses 45 %, Graminées 25 %, Aut. familles 30 % | 3,7 | | 29,6 | | 66,5 | |

*Observations relatives aux trois formes de phosphore étudiées.* — 1° Dans un même milieu, graminées et légumineuses fourragères récoltées à la même époque physiologique équilibrent d'une façon nettement différente les trois formes de phosphore considérées : le phosphore minéral domine sur les deux autres formes dans les graminées. C'est le phosphore protidique qui tient la première place dans les légumineuses.

2° Une forte alimentation phosphatée n'a pas enrichi les tissus des graminées et des légumineuses en phosphore lipidique. Le plus souvent, au contraire, sa proportion par rapport aux autres formes a baissé.

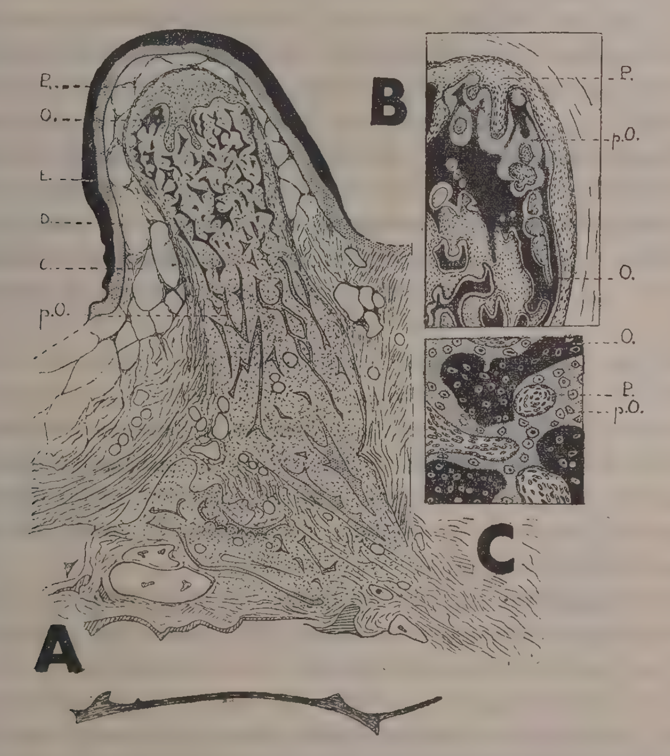
3° La fumure phosphatée a légèrement fait décroître le taux du phosphore minéral chez les graminées. Mais l'inverse se produit chez les légumineuses.

4° Le phosphore protidique a augmenté chez les graminées ayant une alimentation phosphatée, diminué chez les légumineuses au profit du phosphore minéral.

5° Enfin, le foin complet de nos parcelles d'expériences fait apparaître la prépondérance du phosphore protidique sur les deux autres formes tant dans les parcelles phosphatées que dans les parcelles témoins. La fumure phosphatée n'a pu, sur l'ensemble des plantes, modifier sensiblement les rapports des trois formes de phosphore.

ANATOMIE COMPARÉE. — *La structure de la corne du Kamichi* (Anhima cornuta *L.*) *au cours du développement*. Note de M^lle **Madeleine Friant**, présentée par M. Émile Roubaud.

L'*Anhima cornuta* L., qui a donné son nom à la petite famille des *Anhimæ*, est un Oiseau archaïque de l'Amérique du Sud ayant des affinités indiscutables avec les *Phœnicopteridæ* (Flamants) (¹). Grâce à M. le Professeur H. Bluntschli, j'ai eu l'occasion d'étudier, à l'Université de Berne, la structure de la corne frontale d'un jeune *Anhima* de 50^cm de hauteur, ayant atteint, à peu près, le milieu de sa croissance. A ce stade, la corne




Jeune Kamichi (*Anhima cornuta* L., *Anhimæ*) de 50^cm de hauteur. Collection de M. le professeur H. Bluntschli. Mission de l'Amazone, 1912. Institut d'Anatomie de l'Université de Berne. — Coupe parasagittale (I-16) de la corne frontale, déjà recouverte par les plumes. — **A**. Vue d'ensemble. G. N. × 10 environ. — **B**. Détail intéressant la région osseuse du sommet de la corne et le périoste externe. G. N. × 30 environ. — **C**. Détail, plus grossi, d'une partie en voie d'ossification. G. N. × 100 environ. — E, épiderme; D, couche superficielle du derme; C, cellules aériennes de la couche profonde du derme; P, périoste; *p.* O, travées osseuses non encore calcifiées; O, travées osseuses calcifiées. — L'avant est à gauche.

(¹) M. Friant, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 592.

est seulement formée d'une saillie frontale, dont le prolongement, mince et long de 15$^{cm}$ environ, chez l'adulte, n'est pas encore ébauché. Une coupe sagittale montre, tout d'abord, que cet organe ne fait pas corps avec l'os frontal. A partir de la surface, on voit : l'épiderme, très développé, qui desquame; le derme, dont la couche profonde est emphysémateuse ([2]); le périoste, épais, fibreux vers l'extérieur, ostéogène en profondeur; les ostéoblastes auxquels il donne naissance, allongés ou arrondis, d'abord orientés comme les cellules périostiques, se disposent, ensuite, moins régulièrement : ils sont entourés d'une substance fondamentale ressemblant à celle du cartilage, mais n'en ayant pas les réactions; cette substance se calcifie; cependant, les ostéoblastes conservent l'apparence plus ou moins arrondie qu'ils avaient au moment de leur formation. Le périoste s'insinue entre les travées osseuses, et la calcification, inexistante à la base de la corne, devient, progressivement, plus intense vers le sommet.

La question qui se pose est de savoir si le tissu, très particulier, dont je viens de décrire la genèse est bien de l'os et non du cartilage. L'os de membrane et le cartilage sont, en effet, des tissus de soutien qui se forment d'une manière analogue, à partir du périoste et du périchondre. Mais le cartilage diffère de l'os par la nature de sa substance fondamentale, la forme de ses cellules, plus ou moins globuleuses, entourées d'une capsule de cartilage épais, et aussi leur mode d'accroissement interstitiel, concentrique ou en files.

Le tissu que j'ai nommé de l'os ne présente, il est vrai, ni la texture fibreuse de l'os, ni la forme étoilée des ostéoblastes; par l'aspect subsphérique de ses cellules, il ressemble même au cartilage. Mais sa substance fondamentale n'a nullement les réactions de la substance chondrogène et ses éléments cellulaires ne montrent ni les capsules, ni les divisions caractéristiques des chondroblastes. Pour ces raisons, je considère que ce tissu est vraiment du tissu osseux.

Chez les Mammifères et chez l'Homme, on connaît des parties du squelette : le maxillaire inférieur et la clavicule, notamment, dont l'origine est, à la fois, enchondrale et membraneuse. Ce n'est pas le cas pour la corne du Kamichi : d'origine uniquement membraneuse, elle représente, peut-être, une phase primitive de l'évolution du tissu osseux, rappelant, jusqu'à un certain point, le cartilage, seul élément constitutif du squelette des Vertébrés les plus archaïques : Cyclostomes, Sélaciens et Ganoïdes cartilagineux. A l'âge adulte, cette corne n'a, d'ailleurs, nullement la résistance des os de l'Oiseau, par exemple, non plus que celle de l'os cornu des Cavicornes, parmi les Mammifères ruminants.

---

([2]) La peau des *Anhimæ* est caractérisée par la présence de nombreuses cellules aériennes.

ZOOLOGIE. — *L'intersexualité chez l'Oniscide* Porcellio dilatatus *Brdt.* Note (¹) de M. **Jean-Jacques** et Mme **Hélène Legrand**, présentée par M. Charles Pérez.

Des individus intersexués ont été fréquemment signalés chez les Isopodes terrestres, particulièrement dans la famille des *Porcellionidæ*, mais jamais, cependant, à propos de l'espèce *Porcellio dilatatus* Brdt. Au cours de quelques récoltes effectuées dans le même endroit (cave), sur 500 individus capturés, nous avons dénombré 64 intersexués (soit 12,8 %). Leur étude nous a permis de corriger ou de compléter les observations des auteurs précédents (A. Arcangeli, 1942 et A. Vandel, 1946). Les individus intersexués peuvent, sans difficulté, être classés en deux catégories.

1. Des individus, généralement de grande taille, presentant tous les caractères sexuels secondaires des mâles pubères de cette espèce. Par contre, tous possédaient, sur le 5e sternite thoracique, deux orifices sexuels, rarement un seul, ayant exactement l'aspect et occupant la position des orifices femelles normaux.

2. Des individus de toutes tailles présentant des caractères sexuels secondaires nettement intermédiaires entre les deux sexes : périopodes et orifices génitaux femelles, pléopodes 1 et 2 de conformation intermédiaire entre le type mâle et femelle, correspondant au degré de différenciation observé chez les mâles jeunes, apophyse génitale plus ou moins développée.

*Anatomie interne.* — Les intersexués 1 présentaient tous des testicules parfaitement normaux bourrés de spermatozoïdes, *sans trace d'ovocytes.* Par contre, aboutissant à chaque orifice femelle, nous avons trouvé, chez tous, un oviducte. Ces oviductes se sont révélés, à l'examen histologique, constitués par une simple invagination de la chitine externe, tapissée d'hypoderme, se terminant en cul-de-sac à quelque distance du testicule, *mais reliée à celui-ci par un tractus conjonctif* qui correspond sans nul doute à la partie mésodermique de l'oviducte, glandulaire chez la femelle normale.

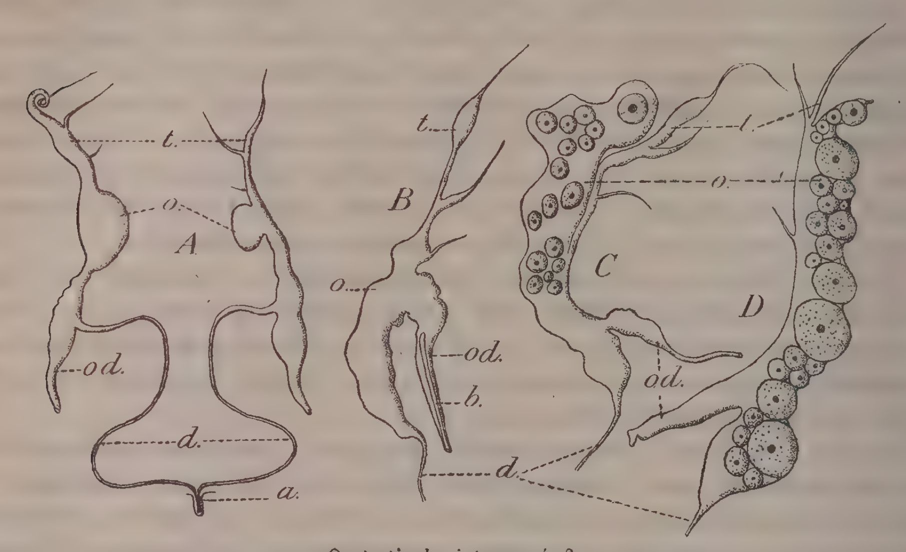
Les intersexués 2 nous ont montré un rapport anatomique nouveau : chez tous les individus le rudiment d'apophyse génitale présente à l'intérieur deux canaux déférents, généralement pleins, assez ténus, qui, après un trajet sinueux rendant délicate leur dissection, aboutissent à l'extrémité distale de la gonade correspondante.

Les gonades de ces individus se sont montrées d'une grande diversité et généralement asymétriques.

---

(¹) Séance du 10 mars 1947.

Chez les individus de petite taille (8 à $9^{mm}$), la glande est un *ovotestis*. La glande a l'apparence d'un testicule avec ses trois utricules caractéristiques, mais ceux-ci, surtout les deux postérieurs, sont presque vides, l'utricule antérieur contenant quelques gonocytes mâles restés à l'état de spermatogonies. La vésicule séminale se renfle considérablement en un




Ovotestis des intersexués 2.
*t*, partie testiculaire; *o*, partie ovarienne; *od*, oviducte; *b*, tube chitineux obstruant l'oviducte; *d*, canal déférent; *a*, apophyse génitale rudimentaire.

point (*fig.* A, *o*) et se termine par un renflement plus étendu d'où partent :

*a*. Un oviducte bien conformé, mais contenant souvent un tube chitineux (*fig.* B, *b*) en cul-de-sac analogue à celui des intersexués 1.

*b*. Un canal déférent généralement plein, aboutissant à l'apophyse génitale (*fig.* A, *a*). Le renflement proximal s'est révélé, en coupe, bourré de cellules analogues aux cellules folliculaires de l'ovaire normal, avec, çà et là, quelques ovocytes et quelques ovules petits, à deutoplasme visible.

Chez les individus de taille moyenne, nous avons pu observer une extension vers l'avant et vers l'arrière du renflement contenant les ovules. Vers l'avant, son extension englobe peu à peu la partie testiculaire réduite à un simple tube (*fig.* C, *t*) qui paraît collé à partir d'un certain point à la partie ovarienne contenant beaucoup plus d'ovules (*fig.* C, *o*).

Chez les individus de grande taille, la gonade est un ovaire normal, certainement fonctionnel, présentant vers l'avant trois filaments pleins, reliques des utricules du testicule primitif, presque identiques aux filaments suspenseurs d'un ovaire normal.

Tandis que les intersecués 1 sont, à ce stade, des mâles fonctionnels,

les intersexués 2 représentent, sans nul doute, des individus qui ont commencé leur développement dans le sens mâle et l'ont poursuivi dans le sens femelle. Les stades décrits précédemment représentent certainement les phases de l'évolution normale du testicule primitif en ovaire. Il est remarquable que cette labilité dans le développement des deux sexes se chiffre par des pourcentages égaux d'individus intersexués : 24 intersexués 1 contre 166 mâles normaux, soit 12,6 % ; 40 intersexués 2 contre 270 femelles normales, soit 12,9 %. Cette égalité suggère l'existence d'un hermaphrodisme primitif de la gonade évoluant sous l'effet d'un stimulus hormonal labile vers l'un ou l'autre sexe.

BIOLOGIE. — *Variations saisonnières du poids encéphalique chez les Oiseaux Passeriformes*. Note de M. **Léon Vaugien**, présentée par M. Maurice Caullery.

Des pesées d'organes effectuées systématiquement sur des Oiseaux adultes appartenant à une dizaine d'espèces différentes et tués durant les divers mois de l'année, m'ont révélé de remarquables variations saisonnières du poids encéphalique, offrant un parallélisme frappant avec le cycle reproducteur de ces espèces.

Sur 35 mésanges bleues (*Parus cœruleus* L.) *femelles adultes*, dont le poids reste sensiblement constant durant tous les mois de l'année et compris entre $10^{g}$ et $11^{g}$, j'ai observé les variations suivantes :

De janvier à juin, le poids encéphalique reste constant et compris entre $57^{cg}$ et $60^{cg}$. En juillet, la moyenne s'élève à $65^{cg}$. Ce poids atteint ou dépasse $75^{cg}$ pour tous les individus tués durant les mois d'août à octobre. Puis, la moyenne redescend à $65^{cg}$ en novembre, à $60^{cg}$ en décembre. La marge de variation représente donc près de 20 % du poids total de l'encéphale. Il importe de noter que cette variation n'apparaît pas seulement sur les moyennes mensuelles des mesures, mais qu'elle affecte toutes les mesures individuelles, indépendamment des faibles variations du poids corporel des individus.

Des faits identiques ont été observés sur un lot de 29 *mâles* de la même espèce. De plus, de nombreuses observations m'ont montré qu'il s'agissait d'un phénomène général chez les Oiseaux Passériformes. Elles ont porté sur les représentants de diverses familles : Paridés, la Mésange charbonnière (*Parus major* L.), la Mésange nonnette (*Parus palustris* L.), l'Ægithale à longue queue (*Ægithalus caudatus* L.); Fringillidés : Pinson (*Fringilla cælebs* L.), Chardonneret (*Carduelis carduelis* L.), Bruant (*Emberiza citrinella* L.); Turdidés : Rouge-gorge (*Erythacus rubecula* L.), Grive musicienne (*Turdus musicus* L.). Dans tous les cas, le poids encéphalique est minimum en hiver et au printemps, maximum à la fin de l'été, et la

marge de variation est de l'ordre de 20 % (de 74 à $90^{cg}$ pour le Pinson mâle, de 58 à $72^{cg}$ pour le Rouge-gorge mâle).

Ces variations du poids encéphalique sont manifestement en relation avec les phases du comportement reproducteur de l'Oiseau. La phase de poids encéphalique minimum coïncide avec la période de l'année où la reproduction peut être déclenchée par l'exposition à la lumière, comme je l'ai montré sur le Serin (¹). Elle couvre la période effective de reproduction printanière, comme le montrent les mensurations du poids des gonades; chez *Parus cæruleus* mâle, ce poids évolue entre $2^{mg}$ en février et $0^{mg},5$ en août, après avoir franchi un maximum voisin de $0^{g},3$ en mai.

La phase de poids encéphalique maximum coïncide avec la période où s'effectue la mue, où toute reproduction est impossible et où l'animal est réfractaire à l'activation par la lumière.

Ces deux phases alternantes correspondent à des états différents de l'équilibre endocrinien général. L'avènement de la période d'inactivité reproductrice est marqué notamment par un maximum du poids de la glande thyroïde. Bien qu'il soit influencé par les facteurs externes (lumière), ce rythme physiologique, qui conditionne toute la biologie de l'Oiseau, relève de causes internes encore non précisées, peut-être hypophysaires, peut-être d'origine nerveuse. Mes observations montrent, en tout état de cause, que le système nerveux central est impliqué dans ce cycle physiologique annuel. Elles tendent à corroborer les conceptions actuelles concernant la synergie existant entre le système endocrinien et le système nerveux.

GÉNÉTIQUE. — *Sur une anomalie de l'oreille externe chez la Souris. Influence du degré de fécondation sur la fréquence de l'apparition de l'anomalie.* Note (¹) de M. **Nicolas Kobozieff** et Mme **N. A. Pomriaskinsky-Kobozieff**, présentée par M. Maurice Caullery.

Dans une série de Notes (²) nous avons étudié une anomalie de l'oreille externe récessive (récessivité d'ailleurs incomplète) d'un phénotype variable quant à son degré d'extériorisation et à sa localisation. Les différentes formes présentent certaines variations génotypiques. Notre anomalie incomplète se manifeste avec une fréquence double chez les mâles, c'est-à-dire qu'elle est accompagnée de *limitation relative des sexes*. Enfin, la fréquence d'apparition de l'anomalie est en raison inverse de l'âge de la mère au moment de la mise bas.

---

(¹) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 926.

(¹) Séance du 3 mars 1947.

(²) *Bull. Mus. Hist. Nat.*, 2e série, **10**, 1, 1937; *Proc.* VII, *Congr. Genetics, Edinbourgh*, 1939; *C. R. Soc. Biol.*, **133**, 1940, p. 366 et **139**, 1945, pp. 243, 245, 305; *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 937, 1015.

Dans la présente Note, nous nous proposons de faire connaître l'influence du degré de fécondité sur la fréquence d'apparition de l'anomalie. Pour résoudre ce problème nous avons procédé à deux types de croisements : 1° *Anormal × Anormal*; 2° *Anormal × Normal overlaps*. Pour éviter l'intervention des gènes modificateurs responsables du degré d'extériorisation qui pourraient embrouiller nos résultats, nous avons eu soin de choisir des progéniteurs anormaux ayant le même degré d'extériorisation, par exemple, un pavillon tronqué, dont la troncature était autant que possible identique.

Nous avons réparti les descendants dans les deux cas en trois groupes, selon le degré de fécondité des progéniteurs (*voir* les tableaux).

Notre étude a porté dans le premier cas sur 371 descendants, dont 131 anormaux, soit une fréquence de 30,1 %, et dans le deuxième cas, sur 291 descendants dont 67 anormaux, soit une fréquence de 23 %.

Les résultats d'expérience montrent que le degré de fécondité des progéniteurs joue un rôle indiscutable dans la fréquence d'apparition de l'anomalie.

TABLEAU I. — *Croisement* Anormal × Anormal.

| Numéros des groupes | I. | II. | III. |
|---|---|---|---|
| | | Fécondité | |
| | faible, | moyenne, | forte, |
| Nombre de petits par portée | 1 à 4. | 5 à 6. | 7 à 10. |
| Nombre de descendants | 94 | 185 | 92 |
| » » anormaux | 39 | 67 | 25 |
| % par rapport au nombre total | 41,5 | 36,2 | 27,3 |
| Nombre de descendants normaux | 55 | 118 | 67 |
| » de portées | 30 | 34 | 12 |
| » moyen de petits par portée | 3,1 | 5,4 | 7,7 |

TABLEAU II. — *Croisement* Anormal × Normal overlaps.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Nombre total de descendants | 74 | 106 | 111 |
| » de descendants anormaux | 23 | 29 | 15 |
| % par rapport au nombre total | 31,1 | 26,7 | 13,5 |
| Nombre de descendants normaux | 51 | 77 | 96 |
| » de portées | 25 | 19 | 13 |
| » moyen de petits par portée | 2,6 | 5,6 | 9,0 |

En effet, dans le tableau I (Anormal × Anormal), les femelles du groupe I c'est-à-dire à fécondité faible, fournissent, dans leur descendance, la fréquence maximum d'anormaux (41,5 %). Les femelles des groupes II et III, c'est-à-dire à fécondité respectivement moyenne et forte, donnent 36,2 % et 27,3 %, soit une diminution progressive de la fréquence. Dans le tableau II (*Anormal × Normal overlaps*), nous constatons également une diminution progressive de la fréquence d'apparition des anomalies, laquelle est en rapport avec le degré de fécondité. Ainsi, pour les groupes I, II, III elle est respectivement 31,1 %, 26,7 % et 13,5 %.

Ces fréquences sont inférieures à celles observées respectivement dans les trois groupes du cas I, ce qui s'explique aisément par l'intervention des gènes modificateurs, responsables du degré d'extériorisation ; toutefois, il faut noter que la diminution de la fréquence de manifestation de l'anomalie, dans les groupes du cas II est parallèle à celle observée dans les groupes du cas I.

En résumé, la fréquence d'apparition des anomalies auriculaires est en raison inverse du degré de fécondité; plus la mère est féconde, moins la fréquence de l'anomalie est grande.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action de la pénicilline sur le métabolisme glucidique de* Clostridium sporogenes. Note de MM. **François Gros** et **Michel Machebœuf**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Des recherches sur le mécanisme d'action des antibiotiques nous ont conduits à étudier leur influence sur les métabolismes des glucides et des substances azotées de *Clostridium sporogenes*. Nous présentons ici des résultats au sujet de diverses étapes du métabolisme phosphoglucidique.

1° *La pénicilline est sans action notable sur l'activité glycérophosphatasique des suspensions de Clostridium non proliférant.* — L'hydrolyse du glycérophosphate évolue en présence de pénicilline d'une façon à peu près normale.

2° *Au contraire, la pénicilline inhibe considérablement la déphosphorylation de l'acide adénosine-triphosphorique* (*A. T. P.*). — Nous avons préparé le sel de sodium de l'A. T. P. à partir de muscle de Bœuf par la technique de Kerr [1]. Nous en avons ajouté des quantités connues à des suspensions de microbes lavés. Le pH était fixé à 6,3 (tampon acétique : 0,4 M). Le volume total dans chaque tube était $5^{ml}$ contenant $30^{mg}$ de microbes (poids sec). Les germes avaient été récoltés après culture pendant 12 heures à 37° C. en anaérobiose stricte sur bouillon V. F. glucosé. Ils avaient été lavés deux fois par de l'eau salée à 9 °/₀₀. Pour étudier l'action de la pénicilline, nous avons introduit dans certains tubes 500 U. O./ml. Nous opérions en anaérobiose relative (tubes étroits, ouverts). Les tubes furent maintenus 2 heures à 37° C., puis les microbes furent éliminés par centrifugation. Après défécation trichloracétique, l'A. T. P. fut mesuré en déterminant l'acide phosphorique libérable par une très brève hydrolyse [2]. Dans le tableau ci-contre, $P_7$ représente l'acide phosphorique libéré en 7 minutes à 100° par HCl N.

(1) Stanley et Kerr, *J. of Biol. Chem.*, **139**, (1), 1941, p. 121.

(2) Lohmann, *Bioch. Zeits.*, **222**, 1930, p. 324.

| Tubes | I. | II. | III. | IV. | V. |
|---|---|---|---|---|---|
| Suspension microbienne | + | + | + | + | o |
| A. T. P. | o | o | + | + | + |
| Pénicilline | o | + | o | + | o |
| $P_7$ | o | o | 34$^{\mu g}$ | 174$^{\mu g}$ | 253$^{\mu g}$ |

En l'absence de pénicilline (tube 3), les microbes ont déphosphorylé à peu près intégralement l'A. T. P. en 2 heures, car 222$^{\mu g}$ d'acide phosphorique facilement libérable par hydrolyse ont disparu. En présence de pénicilline (tube 4), il n'en a disparu que 79$^{\mu g}$. L'inhibition est donc considérable (64 % environ). Les résultats sont semblables si l'on opère en présence de fluorure de sodium 0,05 M.

3° *La pénicilline n'a pas d'action appréciable sur la formation d'esters phosphoriques en présence de glucose (milieu fluoré).* — Nous avons étudié séparément la formation des divers esters phosphoriques connus par les suspensions de *Clostridium* lavé, en présence de glucose, avec ou sans pénicilline, et nous n'avons pas obtenu de différence significative dans les conditions où nous opérions. Pour résumer, nous rapportons seulement une expérience montrant que la somme des divers composés organiques du phosphore autres que l'A. T. P. ne subit pas de variation appréciable par l'action de la pénicilline.

Nous avons opéré en anaérobiose stricte (vide) en présence des effecteurs suivants : FNa 0,06 M, $Cl_2Mg$ 0,008 M et $CO_3HNa$ 0,025 M. Des témoins sans glucose ou sans pénicilline furent comparés aux mélanges glucosés dans lesquels la concentration en ose était 0,075 M. Tous les tubes, sauf certains témoins, contenaient de l'A. T. P. et des phosphates minéraux. Après 4 heures à 28° C. les microbes furent éliminés, puis le liquide fut déféqué par l'acide trichloracétique. Nous avons dosé : 1° les phosphates minéraux (A); 2° l'acide phosphorique libérable par hydrolyse en 7 minutes (B), et 3° l'acide phosphorique total après destruction sulfonitrique des matières organiques (T). Nous avons calculé l'acide phosphorique présent à l'état de combinaisons organiques [3] autres que l'A.T.P. par l'équation

$$\pi = T - A - \frac{3}{2}(B - A).$$

Un tel calcul par différence ne peut donner qu'un résultat approché, mais la précision du dosage de l'acide phosphorique [4] est assez grande

---

(3) Il s'agit principalement de substances très difficilement hydrolysables car l'hydrolyse pendant 180 minutes à 100° en HCl N/1 ne libère qu'une partie de l'acide phosphorique que l'hydrolyse brève de 7 minutes n'avait pas libéré.

(4) Briggs, *J. of Biol. Chem.*, 53, 1922, p. 13.

et les résultats de trois expériences effectuées parallèlement sur des émulsions microbiennes différentes furent remarquablement concordants.

| Expériences | I. | II. | III. |
|---|---|---|---|
| Glucose + A. T. P. + pénicilline | $\pi = 350^{\mu g}$ | $\pi = 505^{\mu g}$ | $\pi = 410^{\mu g}$ |
| Glucose + A. T. P. | $\pi = 380^{\mu g}$ | $\pi = 475^{\mu g}$ | $\pi = 410^{\mu g}$ |

*Conclusions.* — La pénicilline n'inhibe pas la lyse de l'acide glycérophosphorique par *Clostridium sporogenes* vivant, mais non proliférant. Elle n'inhibe pas non plus la formation d'esters phosphoriques par des suspensions de *Clostridium* additionnées de fluorure en présence de glucose, de phosphate et d'adénylpyrophosphate. Par contre, la pénicilline inhibe considérablement l'action du *Clostridium* vivant mais non proliférant sur l'acide adénylpyrophosphorique.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Inefficacité de l'arginase hépatique vis-à-vis de diverses guanidines substituées et spécificité de l'enzyme.* Note de MM. **Jean Roche** et **Marcel Mourgue**, présentée par M. Maurice Javillier.

La spécificité de l'arginase hépatique est déterminée par la nature de la chaîne à laquelle est fixé le radical guanidique du substrat. En effet, les alcoylguanidines ne sont pas dédoublées par l'enzyme, l'acide δ-guanidovalérianique l'est beaucoup moins intensément que ses dérivés α-aminé (arginine) ou α-hydroxylé (acide arginique) et, par ailleurs, le blocage du groupement $NH_2$ ou OH de ces derniers les rend réfractaires à l'arginase [1]. Nous avons cherché à préciser dans quelle mesure l'action de celle-ci est liée à la présence simultanée de groupements COOH, $-NH_2$ ou OH et $NH:C(NH_2).NH-$ et à leur position dans le substrat. Les acides α-guanidylés n'étant pas hydrolysés par l'enzyme [2], nous avons étudié le comportement de leurs dérivés aminés, hydroxylés ou guanidylés dans diverses positions, de guanidoalcools, d'une guanidoamine et de diguanidines, vis-à-vis de l'arginase; les résultats obtenus sont exposés dans cette Note.

Les substrats mis en œuvre ont été préparés par action de la S-méthylisothiourée sur les amines isologues selon la méthode de Schütte [3]. Ils comprennent :

une guanidoamine, la guanido-4-butylamine-1 (agmatine) et son dérivé 1-N-thiométhylé;
trois guanidoalcools, le guanidoéthanol, le guanido-3-propanol-1 et le guanido-4-butanol-1;
deux acides α-guanidylés hydroxylés, les acides α-guanido-β-hydroxypropionique et α-guanido-β-*p*-hydroxyphénylpropionique;

---

(1) S. Edlbacher et A. Zeller, *Zeits. f. physiol. Chem.*, 254, 1936, p. 65; K. Félix et H. Schneider, *Zeits. f. physiol. Chem.*, 255, 1938, p. 132; M. M. Richards et L. Hellermann, *J. of biol. Chem.*, 134, 1940, p. 237.

(2) J. Roche et M. Mourgue, *C. R. Soc. Biol.*, 140, 1946, p. 310.

(3) *Zeits. f. physiol. Chem.*, 279, 1943, p. 52.

un acide α-guanidylé aminé, l'acide α-guanido-ε-aminocaproïque, et un acide diguanidylé, l'acide α-δ-diguanidovalérianique.

Nous avons en outre pris comme corps de référence la *l*-arginine, l'acide arginique et deux diguanidines, l'arcaïne et la syntaline ([4]). L'arginase a été préparée à partir de foie de Chien par la méthode de Richards et Hellermann ([1]). Elle a été employée à raison de $10^{mg}$ par $10^{cm^3}$ de solution renfermant le substrat M/100, $SO_4Mn$ M/100 et des mélanges tampon au véronal sodique (Michaëlis) M/50 ou aux phosphates alcalins (Sörensen) M/15, à pH 7,2-7,8 et 9,2, la *l*-arginine étant totalement hydrolysée en 2 à 4 heures dans les conditions de l'expérience. Des dosages du groupement guanidique monosubstitué du substrat (méthode de Weber-Dumazert et Poggi) ont permis de suivre l'action de l'arginase au cours de 24 heures, dans les essais placés à 37°.

Les résultats obtenus peuvent être résumés ainsi :

1° Alors que l'introduction dans l'acide δ-guanidovalérianique d'un radical α-aminé (arginine) ou α-hydroxylé (acide arginique) rend le groupement guanidique facilement hydrolysable par l'arginase, tel n'est pas le cas pour les acides α-guanidylés. Ni l'acide α-guanido β-hydroxypropionique, ni l'acide α-guanido β-*p*-hydroxyphénylpropionique, ni l'acide α-guanido ε-aminocaproïque ne sont dédoublés par l'enzyme. Il en est de même de l'acide α-δ-diguanidovalérianique et, comme nous l'avons signalé antérieurement ([2]) des acides guanidoacétique (glycocyamine), α- et β-guanidopropioniques et α-guanidosuccinique.

2° Les guanidoalcools étudiés ne sont pas hydrolysés par l'arginase, laquelle est sans action sur le guanidoéthanol, le guanido-3 propanol-1, comme elle l'est aussi par ailleurs sur l'agmatine, sur son dérivé 1.N-thiométhylé et sur les diguanidines (arcaïne, syntaline) ([5]).

Il découle de ces faits que l'arginase ne manifeste son activité sur les dérivés guanidiques étudiés que s'ils renferment deux radicaux —COOH et $—NH_2$ ou —OH immédiatement voisins. $NH:C(NH_2).NH—$ ne peut pas alors remplacer $—NH_2$ (cas de l'acide α-δ-diguanidovalérianique et de l'arginine) et sa présence en α rend inefficace celle de $—NH_2$ ou de —OH en d'autres positions (cas des acides α-guanido β-hydroxypropionique et α-guanido

([4]) L'acide arginique a été préparé par la méthode de K. Félix et M. Müller (*Zeits. f. physiol. Chem.*, **174**, 1928, p. 112) et les autres corps de référence nous ont été fournis, avec divers produits de base pour certaines synthèses, par M. Guggenhein (Hoffmann-La Roche, Bâle) et M. Pénau (U.C.L.A.F., Paris).

([5]) Pour Richards et Hellermann (1), l'agmatine est hydrolysée par une quantité d'arginase 170 fois plus élevée que celle dédoublant une quantité isomoléculaire d'arginine et en présence d'un excès d'ions $Mn^{++}$, et il en est de même de l'acide δ-guanidovalérianique (pH 9,2). Dans les conditions où nous nous sommes placés, nous n'avons observé qu'une diminution de la teneur en agmatine des milieux réactionnels due à l'adsorption de ce produit sur l'hydrate de manganèse qui précipite en 24 heures à 37°. Des expériences que nous poursuivons avec G. Lacombe permettent de penser qu'un enzyme différent de l'arginase hydrolyse l'agmatine et que les préparations des auteurs américains pouvaient renfermer de petites quantités du premier.

ε-aminocaproïque). L'existence de $-NH_2$ ou de $-OH$ sur la chaîne carbonée unie au groupement guanidique ne suffit pas pour permettre à l'arginase d'hydrolyser ce dernier et, par ailleurs, les acides guanidylés sont, les uns insensibles, les autres très peu sensibles à l'enzyme. *La présence d'un carboxyle et d'un groupement α-aminé ou α-hydroxylé est donc une condition de l'hydrolyse du substrat ou, tout au moins, renforce considérablement l'aptitude des dérivés guanidiques à subir l'action de l'arginase.*

Ces observations permettent de relier hypothétiquement la spécificité de l'arginase à la combinaison de cet enzyme à son substrat, comme on l'a fait pour les diverses peptidases. On peut envisager que l'arginase doit, pour agir, d'une part se fixer au reste guanidique et, d'autre part, orienter son groupement actif par rapport à celui-ci. Pareille orientation n'aurait lieu avec précision que si le substrat renferme $-NH_2$ ou $-OH$ au voisinage immédiat de $-COOH$, lesquels exercent l'un et l'autre sur l'enzyme une attraction pouvant reposer sur la formation d'une combinaison labile avec le groupement actif ou avec le constituant métallique de l'arginase (Mn).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Structure moléculaire et activité œstrogène : acides hydroxynaphtylpropioniques substitués.* Note [1] de MM. **Alain Horeau** et **Jean Jacques**, transmise par M. Robert Courrier.

Nous avons annoncé récemment [2] que certains des acides amphihydroxy-naphtyl-β propioniques substitués du type (I) sont des œstrogènes puissants qui peuvent se comparer aux produits artificiels les plus actifs.

$$HO-C_{10}H_6-CH(R_1)-C(R_2)(R_3)-COOH$$

(I)

Nous décrivons ici deux méthodes qui permettent d'accéder facilement aux corps de cette série et, qu'à titre d'exemple, nous appliquons à la préparation du 6′ (hydroxy-2′ naphtyl)-3 diméthyl-2.2 éthyl-3 propanoïque (VI).

1° L'action ménagée du bromure d'éthyl-magnésium sur l'ester β-céto-nique (II), dont nous avons précisé précédemment les conditions de prépa-

$$CH_3O-C_{10}H_6-CO-C(CH_3)_2-COOC_2H_5 \quad (II)$$

$$CH_3O-C_{10}H_6-C(OH)(C_2H_5)-C(CH_3)_2-COOC_2H_5 \quad (III)$$

[1] Séance du 10 mars 1947.

[2] En collaboration avec R. Courrier [*C. R. Soc. biol.*, 22 février 1947 (sous presse)].

ration [3] (condensation de la cyanonéroline sur l'isobutyrate d'éthyle) fournit avec un excellent rendement un ester alcool tertiaire (III). F 66-68°; trouvé %, C 72,8, H 7,8; calculé pour $C_{20}H_{26}O_4$ %, C 72,7, H 7,9.

Par chauffage avec son poids de bisulfate de potassium, ce carbinol fournit presque quantitativement l'ester éthylénique (IV) qui a été purifié par

(IV) $R=C_2H_5$
(V) $R=H$

(VI)

chromatographie, F 48-51°; trouvé %, C 77,1, H 7,6; calculé pour $C_{20}H_{24}O_3$ %, C 76,9, H 7,7.

Cet ester a été saponifié par chauffage avec une solution de soude concentrée et de méthylglycol : l'acide éthylénique (V) cristallisé dans l'alcool méthylique aqueux se présente sous forme de fines aiguilles brillantes, F 91-92°; trouvé %, C 76,5, H 7,2; calculé pour $C_{18}H_{20}O_3$ %, C 76,0, H 7,1.

Hydrogéné en quantité théorique par le platine Vavon (ou le nickel Raney), on obtient un acide méthoxylé (F 132°,5; trouvé %, C 75,8, H 7,6; calculé pour $C_{18}H_{22}O_3$ %, C 75,5, H 7,7), qui fournit l'acide-phénol correspondant (VI) par chauffage à 190° avec du chlorhydrate de pyridine, F 170-171°; trouvé %, C 75,5, H 7,4; calculé pour $C_{17}H_{20}O_3$ %, C 75,0, H 7,5.

2° On peut obtenir directement le carbinol (III) par réaction de Reformatsky entre le méthoxy-2 propionyl-6 naphtalène déjà connu [4] (VII) et l'isobutyrate d'éthyle. Dans ce cas, le produit brut de la réaction est déshydraté par

(VII)

(VIII)

l'acide formique et saponifié comme précédemment; on aboutit ainsi à l'acide éthylénique (V) sans isoler les produits intermédiaires.

Il est intéressant de noter que cet acide (VI) est un homologue inférieur d'un *modèle ouvert* de l'acide *bisdéhydrodoisynolique* (VIII) de Miescher [5].

---

(3) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1113.
(4) HAWORTH et SHELDRICK, *J. Chem. Soc.*, 1934, p. 865.
(5) *Helv. Chim. Act.*, **27**, 1944, p. 1727.

Cet exemple apporte une preuve nouvelle de la fécondité de l'hypothèse suivant laquelle un *cycle potentiel* joue dans l'organisme le même rôle qu'un cycle fermé.

BACTÉRIOLOGIE. — *Sur le système phosphomonoestérasique des bacilles typhiques et paratyphiques.* Note de MM. **Marcel Paget** et **Christian Vittu**, présentée par M. Léon Binet.

Nous avons déjà rapporté ([1]) les résultats de nos recherches sur les phosphomonoestérases chez Escherichia Coli, Staphyllococcus Aureus et Albus. Nous exposons dans la présente Note les conclusions relatives à l'étude de ces enzymes chez Eberthella Typhosa, Salmonella Schotmulleri, Salmonella Paratyphi A et C ([2]). Notre protocole expérimental a, dans ses grandes lignes, été celui détaillé antérieurement ([3]).

*Nos résultats.* — 1° *Chez Eberthella Typhosa (Weldin). a. Souche* H 901. — Nombre d'essais : 8. $PO_4H_3$ préexistant : 24,5 °/₀₀ d'extrait sec (chiffres extrêmes : 23,5-26,6). Un seul pH optimum d'action est observé. Il se situe dans la majorité des cas aux environs de 5,8 (2 fois il était à 6,4 et une fois à 8). L'isomère α est dédoublé plus rapidement que le β à tous les pH compris entre 4,8 et 10. On constate l'inverse entre pH 3,6 et pH 4,8. L'ion $Mg^{++}$ M/100 est très activateur (jusqu'à + 700 et + 1500 %) en milieu acide, sauf pour les pH entre 3,6 et 4 où il est nettement inhibiteur; l'activation est moins marquée (+ 10 à + 50 %) dans la zone alcaline. L'ion $F^{=}$ (NaF M/100) est toujours inhibiteur. Son effet est beaucoup plus marqué (— 60 à — 100 %) dans la zone des pH bas que dans celle des pH élevés (0 à — 20 %).

*La présence de la phosphatase* IV *est donc indubitable.* — Celle de la phosphatase III, soupçonnée par l'action inhibitrice de l'ion $Mg^{++}$ dans la zone de pH où son action est normalement optimum, ne peut être affirmée en raison de l'absence d'un maximum d'activité aux environs de pH 3,6. Des inhibiteurs naturels peuvent peut-être expliquer cette anomalie que nous nous proposons d'étudier ultérieurement.

*b. Souche* O 901. — Nombre d'essais : 8. $PO_4H_3$ préexistant : 21,4 °/₀₀ d'extrait sec (chiffres extrêmes 16,9 et 26). Nous retrouvons pour ce bacille les

---

(1) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 216.

(2) Les souches microbiennes nous ont été aimablement fournies par les Instituts Pasteur de Paris et Lille.

(3) Contrairement à l'opinion de H. Woodard (*Cancer Research*, **7**, 1942, p. 497), les glycérophosphates subissent au cours de leur séjour de six heures au bain-marie à 37° une hydrolyse non négligeable, atteignant son maximum au voisinage de pH 7. Cette hydrolyse spontanée doit donc être prise en considération.

Nous avons employé le tampon de Clark et Lubs (*Journ. of. Biol. Chem.*, **25**, 1916, p. 479) de préférence au tampon (véronal + HCl) de Michaëlis qui s'était révélé à l'expérience légèrement inhibiteur de l'activité phosphatasique.

mêmes caractéristiques que pour le précédent : un seul pH optimum d'action entre 5,8 et 6,4; action préférentielle sur l'α-glycérophosphate entre pH 5 et 10 et sur l'isomère β entre 3,6 et 5; activation par $Mg^{++}$ jusque + 500 % pour les pH bas (sauf entre 3,6 et 4 où l'effet est inversé) + 10 à + 40 % pour les pH élevés; inhibition par NaF plus intense en milieu acide (— 80 à — 100 %) qu'en zone alcaline (— 5 à — 30 %).

Donc, *présence certaine de la phosphatase* IV et existence possible de la phosphatase III. *La qualité des phosphomonoestérases d'origine bactérienne ne serait donc pas sous la dépendance des antigènes* H *ou* O.

2° *Chez Salmonella paratyphi A. Bergey. Souche Horal.* — Essais : 10 $PO_4H_3$ préexistant, 17 ‰ (chiffres extrêmes 13,4 à 22). A tous les pH, l'enzyme dédouble préférentiellement l'isomère α. Le pH optimum d'action varie selon l'isomère employé comme substrat. Avec le dérivé α, il se situe habituellement à pH 8,4 (une fois à 8,8 et une autre fois à 9,2). Avec le β il a été trouvé huit fois entre pH 5,8 et 6,4, deux fois à pH 7,8. Mais quel que soit l'isomère envisagé, le $Mg^{++}$ est activateur dans toute la zone de pH, action plus intense en milieu acide (+ 60 à + 1000 %) qu'en milieu alcalin (0 à + 20 %). Le NaF inhibe l'hydrolyse des deux glycérophosphates plus fortement dans la zone acide (— 4 à — 80 %) que dans la zone alcaline (0 à — 30 %). Ces résultats assez inattendus permettent cependant de conclure à la *présence de la phosphatase* I et prouvent, contrairement à l'opinion classique, que l'action préférentielle de la phosphatase I sur le dérivé β n'est pas une constante qui l'oppose aux phosphatases II et III. L'existence d'une phosphatase IV, mise en relief par les résultats obtenus avec l'isomère β est probable. Son inactivité sur le dérivé α doit être imputée à la présence d'inhibiteurs naturels plutôt qu'à l'existence non admise de deux glycérophosphatases spécifiques.

3° *Chez Salmonella Schottmulleri. Bergey.* — Essais : 12. $PO_4H_3$ préexistant 19,7 ‰ d'extrait sec. (17,6-21,3). A tous les pH l'α-glycérophosphate est dédoublé plus rapidement que le β. Un premier pH optimum d'action se trouve généralement vers 5,8. Il peut être déplacé à 5,4-5,2 ou 6,4. Pour l'α-glycérophosphate, on trouve souvent un deuxième maximum aux environs de 8 (quelquefois 7,8 ou 8,2). Ce deuxième optimum est plus rare pour l'isomère β. $Mg^{++}$ est fortement activateur en milieu acide (jusque + 450 %), sauf à pH 3,6 (— 50 %); son action est moins accusée en milieu alcalin (0 à + 55 %). L'ion $F^-$ est inhibiteur à toute l'échelle des pH, de façon plus marquée dans la zone acide (— 38 à — 100 %) que dans la zone alcaline. Ces résultats signent *la présence de la phosphatase* IV et, eu égard aux considérations déjà développées, rendent probable celle de la phosphatase I.

4° *Chez Salmonella Paratyphi C. Andrewes. Souche Varsovie.* — Essais : 11. $PO_4H_3$ préexistant; 14,8 ‰ d'extrait sec (chiffres extrêmes : 12 - 18,7.)

L'α-glycérophosphate est dédoublé plus rapidement que le β, sauf parfois entre le pH 3,6 et 5,4. On trouve souvent un optimum à pH 3,6, un deuxième

à pH 5,8 et, surtout pour l'$\alpha$, un troisième aux environs de 8,4. Le $Mg^{++}$ active l'action enzymatique, sauf entre 3,6 et 4,4 et entre 7,8 et 8,6 où il l'inhibe. Le NaF provoque une inhibition presque totale en milieu acide, faible ou nulle en milieu alcalin ([4]).

Nous conclurons donc à *l'existence des phosphatases* III *et* IV et, comme précédemment, à celle possible de la phosphatase I.

MICROBIOLOGIE. — *Virulence du système germinatif des lapins inoculés de syphilis par voie cornéenne.* Note ([1]) de MM. **Constantin Levaditi** et **Aron Vaisman**, transmise par M. Gaston Ramon.

Des recherches anciennes de Neisser, Baermann et Halberstädter ([2]) et de Finger et Landsteiner ([3]) ont montré que, d'une part, le testicule des singes en incubation de syphilis expérimentale, ou en pleine évolution de la maladie, contient le virus syphilitique, et que, d'autre part, le sperme de malades sans lésions locales pouvait se révéler pathogène pour les simiens ([4]). Étant donnée l'importance du problème, considéré sur le plan du mécanisme de la transmission héréditaire de la syphilis, nous avons examiné la virulence des organes germinatifs de lapins mâles syphilisés par voie cornéenne (kératite tréponémique), en particulier du parenchyme testiculaire, de l'albuginée, de l'épididyme et du sperme.

*Technique.* — Cinq lapins, inoculés depuis 107 à 229 jours, atteintes de kératite, et dont le système lymphatique était virulent (preuve de la généralisation de l'infection) sont sacrifiés. A trois de ces animaux on avait déjà excisé l'un des testicules pour un premier examen effectué le 107e jour (suivi d'un second le 162e jour). Le sperme total, ou après centrifugation, de même que des fragments de testicule, d'albuginée, d'épididyme, sont inoculés à des lapins neufs, par voie sous-scrotale ou intra-testiculaire.

Ci-dessous nos résultats :

1. *Virulence du testicule.* — L'inoculation du parenchyme testiculaire de chacun des cinq lapins détermina l'éclosion de syphilômes typiques après des périodes d'incubation variant entre 26 et 61 jours.

2. *Virulence de l'albuginée.* — Éprouvée avec un mélange d'albuginées des lapins 99, 100 et 2, sacrifiés le 162e jour, elle se révéla positive (incubation variant entre 51 et 73 jours).

---

([4]) Nous avons même observé une légère activation.

([1]) Séance du 10 mars 1947.

([2]) *Die Exp. Syphylisforch.*, Berlin, Springer, éditeur, 1905.

([3]) *Sitzungsberichte Kais. Akad. Wissenschaft.*, Vienne, 114, 1905, p. 497; 115, 1906, p. 179.

([4]) Uhlenhuth a obtenu deux résultats positifs, sur quatre essais avec le sperme de lapins syphilisés.

3. *Virulence de l'épididyme.* — Résultats comparables aux précédents (incubation de 51 et 73 jours).

4. *Virulence du sperme.* — Cette virulence se révéla nulle chez deux lapins examinés les 189$^{e}$ et 229$^{e}$ jours, et cela malgré la présence du virus dans le testicule. Par contre, chez trois autres animaux, la virulence spécifique se montra nettement positive après des incubations comprises entre 39 et 104 jours.

Enfin, dans un dernier essai, le sperme fut centrifugé et les spermatozoïdes (après lavage), de même que le liquide spermatique, furent examinés. Les spermatozoïdes conférèrent la syphilis à des lapins neufs après des incubations de 51 et 73 jours et, par ailleurs, le liquide spermatique se révéla constamment pathogène après la même période d'incubation.

*Il résulte de l'ensemble de ces constatations que le parenchyme testiculaire, l'albuginée, l'épididyme et le sperme des lapins syphilisés par voie cornéenne, et qui n'offraient aucune localisation spécifique décelable cliniquement au niveau des organes génitaux, contiennent le virus syphilitique.* Dans quel état ?

Afin de répondre à cette dernière question, nous avons examiné, par les méthodes usuelles (ultramicroscope, frottis colorés au Fontana-Tribondeau, coupes imprégnées par la méthode à l'argent, selon les techniques de Stroesco et Vaisman et de Diéterlé) les testicules, les épididymes et les spermes hautement virulents, sans pouvoir y déceler la moindre trace de *Treponema pallidum*, ni de lésions microscopiques apparentes. Force nous est de conclure qu'à l'exemple d'autres essais antérieurs, concernant le pouvoir syphilogène de certains tissus (ganglions lymphatiques, cerveau, moelle osseuse) d'animaux syphilisés (lapins ou souris), en absence de tréponèmes décelables, nos recherches actuelles confirment notre hypothèse, selon laquelle le cycle évolutif du virus spécifique comporte un stade infravisible, quoique non filtrable.

A 16$^{h}$5$^{m}$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16$^{h}$35$^{m}$.

L. B.

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

### Ouvrages reçus pendant les séances de février 1947.

*Rapport sur l'activité de l'Institut géographique national de* 1940 *à* 1942. Paris, Imprimerie de l'Institut géographique national, 1945; 1 vol. 26cm.

*Les paradoxes de l'Infini*, par Émile Borel, in *L'avenir de la Science*. Paris, Gallimard, 1946; 1 vol. 20cm.

*Le Monde malais. Péninsule malaise. Sumatra. Java. Bornéo. Célèbes. Bali et les petites îles de la Sonde. Moluques. Philippines*, par Charles Robequain, in *Bibliothèque géographique*. Paris, Payot, 1946; 1 vol. 22cm,5.

Ministère de l'Éducation nationale. *Soixante-treizième Congrès des Sociétés Savantes de Paris et des Départements à Strasbourg* (avril 1947). *Programme*. Paris, Imprimerie nationale; 1 fasc. 23cm.

Savoir en histoire naturelle. Vol. XVI. *Ce qu'il faut savoir du monde microscopique. Méthodes de récolte, d'examen et de préparation. Éléments de microphotographie*, par L. J. Laporte. Paris, Paul Lechevalier, 1946; 1 vol. 19cm.

*Fredrik Mallet och Daniel Melanderhjelm Två Uppsala-Astronomer*, par N. V. E. Nordenmark. Uppsala, Almqvist et Wiksells, 1946; 1 vol. 24cm,5.

*The first hundred Years of the Smithsonian Institution* 1846-1946, par Webster P. True. Washington, 1946; 1 vol. 26cm.

*Bi-Centenaire de l'impression sur étoffe en Alsace*, 1746-1946, in *Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse*, 1946; 1 vol, 28cm.

International council of scientific Unions. The fourth General Assembly of the international council of scientific, Unions held at London July 22nd to 24th 1946. *Reports of Proceedings*, edited by F. J. M. Sratton. Cambridge, University Press, 1946; 1 vol. 25cm.

*The scientific Expedition of Jean Richer to Cayenne* (1672-1673), by John W. Olmsted. Extrait de *Isis*, Vol. XXXIV, Part. 2, nº 94, 1942; 1 fasc. 16cm.

*La Méditerranée*, par Jules Rouch, in *Bibliothèque de Philosophie scientifique*. Paris, Flammarion, 1946; 1 vol. 19cm.

*Atomes, Molécules et Lumière*, par Pascaline et Raymond Daudel, in *Les Sciences et leurs applications*. Paris, La jeune Parque, 1946; 1 vol. 19cm.

*Endocrinologie expérimentale*, par N. B. Medvedeva. Kiev, Académie des Sciences, 1946; 1 vol. 22cm,5 (en langue russe).